

УДК 621.391.8

КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОДУ ХЕММІНГА В СУПЕРПОЗИЦІЇ ТЕОРІЙ КОДУВАННЯ, ЗАВАДОСТІЙКОСТІ ТА ІНФОРМАЦІЇ

DOI 10.36994 / 2788-5518-2023-01-05-10

Уривський Л.О., д.т.н., проф., Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна. leonid_uic@ukr.net

Косогор А.В. Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна. kosogoranastasia@gmail.com

Анотація: В статті досліджуються властивості кодів Хеммінга, які активно використовуються на практиці вже більш ніж 70 років, в контексті визначення їх найбільш ефективної області використання в різноманітних сферах. Специфічний інтерес до кодів Хеммінга викликаний також й тим, що вони мають унікальну властивість: вони – за класичним визначенням – є досконалими кодами. Складність дослідження полягає в тому, що поняття «найбільш ефективна область використання» в кожній із згаданих теорій є особливим, тому комплексний аналіз властивостей коду Хеммінга в суперпозиції теорій кодування, завадостійкості та інформації є актуальною і цікавою задачею дослідження.

Ключові слова. Коди Хеммінга, виправна здатність, надлишковість, завадостійкість, інформаційна ефективність.

COMPREHENSIVE ANALYSIS OF THE HAMMING CODE PROPERTIES BASED ON SUPERPOSITION OF THE CODING, NOISE IMMUNITY AND INFORMATION THEORIES

Leonid Uryvsky, Dr. habil, Prof. National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine. leonid_uic@ukr.net

Anastasia Kosogor. National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine. kosogoranastasia@gmail.com

Abstract: In the modern era, the task of transferring and preserving information is extremely important. Errors can often occur when data is transmitted over channels with interference or when it is stored on an unreliable medium. Scientific studies of the properties of electrical signals, which are information carriers in electronic communication systems, traditionally have three directions: the theory of immunity, the theory of information, and the theory of probability. Each of these theories has its own historical lineage, outstanding achievements and untapped potential. But the peculiarity of these studies is that more often they are implemented independently of each other, using their own set of initial parameters, criteria and performance indicators, quantitative characteristics. The article examines the properties of Hamming codes, which have been actively used in practice for more than 70 years, in the context of determining their most effective area of use in various fields. The specific interest in Hamming codes is also caused by the fact that they have a unique property: they are - according to the classical definition - perfect codes.

The difficulty lies in the fact that the concept of "the most effective area of use" in each of the mentioned theories is special, therefore, a comprehensive analysis of the properties of the Hamming code in the superposition of the theories of coding, immunity and information is a relevant and interesting research task.

From the standpoint of coding theory, Hamming codes have the same correcting ability - they correct only one error in a block. After all, as the length of the block n increases, the redundancy decreases. At the same time, the degree of closeness of the Hamming codes to the Plotkin limit increases. Therefore, preference according to these criteria should be given to Hamming codes with the largest block length n .

From the standpoint of the theory of immunity, the best is the code that provides the best correction indicators at the smallest value of the data transmission channel parameter h^2 (signal/noise ratio) under the conditions of ensuring the required reliability. Compared to the case of no coding, the shortest code – the Hamming code (7,4) – gives the greatest gain.

From the point of view of information theory, the transmission of signals using Hamming codes requires speed correction (acceleration) in the communication channel in order to prevent the loss of source symbols due to the redundancy of the correction code. At the same time, the advantage of the Hamming code (7,4) over other, longer codes remains.

According to the integral indicator - the energy costs to achieve the required reliability without losing the

speed of information transmission from the source - preference should be given to the Hamming code with parameters (7, 4) with a gain in the signal-to-noise ratio $\Delta h_2 = 2.72$ dB compared to the case without coding.

Keywords. *Hamming codes, error-correction ability, redundancy, noise immunity, informational efficiency*

Вступ

У сучасну епоху завдання передачі та збереження інформації є надзвичайно важливими. Часто можуть виникати помилки, коли дані передаються по каналах із перешкодами або коли вони зберігаються на ненадійному носії.

Наукові дослідження властивостей електричних сигналів, які є носіями інформації в системах електронних комунікацій, традиційно мають три напрямки: теорія завадостійкості, теорія інформації, та теорія ймовірності.

Кожна з цих теорій має свою історичну лінію, видатні досягнення і невичерпний потенціал. Але особливістю цих досліджень є те, що частіше вони реалізуються незалежно одна від одної, задіюючи свій набір вихідних параметрів, критеріїв та показників ефективності, кількісні характеристики.

Коди Хеммінга є одними з найпоширеніших та ефективних методів виявлення та виправлення помилок в передачі даних. Розроблені Річардом Хеммінгом в 1950 році, ці коди забезпечують надійність передачі інформації, дозволяючи виявити та виправити певну кількість помилок.

В статті досліджуються властивості кодів Хеммінга, які активно використовуються на практиці вже більш ніж 70 років [1], в контексті визначення їх найбільш ефективної області використання в різноманітних сферах:

- у деяких прикладних програмах у сфері зберігання даних;
- при побудові дискових масивів RAID 2;
- у пам'яті типу ECC (англ. error-correcting code memory, пам'ять з корекцією помилок), яка автоматично розпізнає і виправляє зміни (помилки) бітів пам'яті, що спонтанно виникли.

Специфічний інтерес до кодів Хеммінга викликаний також й тим, що вони мають унікальну властивість: вони є – за класичним визначенням – *досконалими кодами*.

Складність полягає в тому, що поняття «найбільш ефективна область використання» в кожній із згаданих теорій є особливим, тому комплексний аналіз властивостей коду Хеммінга в суперпозиції теорій кодування, завадостійкості та інформації є актуальною і цікавою задачею дослідження.

Виконання досліджень

Першим етапом дослідження кодів Хеммінга є визначення тих критеріїв ефективності їх застосування, які традиційно використовуються у теорії кодування, та відповідна оцінка різновидів коду Хеммінга.

У теорії кодування ефективність кодів визначається кількістю помилок, які той може виправити, кількістю необхідної надлишкової інформації, а також складністю реалізації кодування та декодування.

Коди Хеммінга належать до класу надлишкових лінійних блокових кодів, тобто таких, які мають довжину блоку n біт, з яких k біт є інформаційними, а решта s є надлишковими і використовуються для реалізації виправної здатності коду: $n = k + s$.

Коди Хеммінга мають наступну закономірність у формуванні параметрів (n, k) -блоку:

- $n = 2^p - 1, p \geq 3$;
 - $s = p$;
 - $k = n - s$.
- (1)

Отже, мінімальну довжину n має код Хеммінга $(7, 4)$. Прикладами (n, k) -блоків Хеммінга є коди з параметрами $(15, 11)$, $(31, 26)$, $(63, 57)$ і так далі.

Незалежно від довжини коду n виправні можливості кодів (кількість t помилок, які може виправити блоковий код із довжиною блоку n) визначає так звана кодова відстань Хеммінга d , яка визначається за виразом:

$$d \geq 2t + 1. \quad (2)$$

Як правило, із збільшенням довжини блоку n кодова відстань Хеммінга d (і виправна здатність коду) зростає. Але коди Хеммінга мають помірні можливості щодо виправлених помилок, а саме: для будь яких значень довжин блоку n в кодах Хеммінга кодова відстань $d = 3$, відповідно завжди $t = 1$.

Отже, за критерієм *виправної здатності* всі коди Хеммінга *однакові*.

Але кодам Хеммінга належить особлива властивість: вони належать до так званих досконалих кодів, тобто кодів із максимальною щільністю запакування – з мінімальною кількістю надлишкових розрядів.

Нехай є двійковий блоковий код (n, k) з коригувальною здатністю t . Тоді справедлива нерівність (звана межею Хеммінга) [2]:

$$\sum_{i=0}^t C_n^i \leq 2^{n-k}, \quad (3)$$

де C_n^i – поєднання, тобто кількість наборів із i елементів, відібраних із n -елементної множини.

В теорії кодування межа Хеммінга відома як межа сферичного упакування. Коди, що досягають межі Хеммінга, називають досконалими або щільно запакованими.

Коди Хеммінга є *досконалими* (хоча часто практично застосовувані коди з великою коригувальною здатністю не є досконалими).

У відповідності кодів Хеммінга умові (3) із знаком рівності, тобто умові досконалості, можна упевнитися, користуючись системою рівнянь (1) і співвідношенням (3), а саме:

$$\sum_{i=0}^t C_n^i = C_n^0 + C_n^1 = 1 + n = 2^{n-k},$$

або

$$1 + n = 2^{n-k} = 2^s = 2^p.$$

Отже, $n = 2^p - 1$, $p \geq 3$ відповідно до умови (1).

Приналежність кодів Хеммінга до класу *досконалих* привертає до них специфічну увагу.

Мірою надлишковості коду є відношення: $r_c = k / n < 1$ – так звана *швидкість кодування*. Бажано досягати найбільшої виправної здатності коду при наближенні швидкості кодування до 1.

Виходячи із принципів формування блоків коду Хеммінга, можна стверджувати, що із зростання довжини блоку n зростає швидкість кодування r_c .

Дійсно, для коду Хеммінга (7,4) швидкість кодування $r_c = 0,57$, для коду Хеммінга (15,11) швидкість кодування $r_c = 0,73$, для (31,26) – $r_c = 0,84$, для (511,502) – $r_c = 0,98$, і так далі.

Це наводить на думку, що, при приблизно однакової складності процедур кодування/декодування, слід віддати перевагу кодам Хеммінга із найбільшими значеннями n .

В контексті оцінки швидкості кодування слід звернутися до критерію, який пов'язаний саме з цим показником надлишкових кодів. Для цього можна скористатись межею завадостійкого кодування Плоткіна, яка визначає теоретично досяжну межу співвідношень між швидкістю кодування r_c , довжиною блоку n і виправною здатністю коду через параметр d [2].

Отже, границя Плоткіна визначає максимально можливу виправну здатність, або інформаційну ефективність (у випадку, коли вихідними даними є виправна здатність) і визначається наступним співвідношенням [2, 3]:

$$r_c \leq 1 - \frac{\frac{md-1}{m-1} - 1 - \log_2 m d}{n}, \quad (4)$$

де m – кратність маніпуляції (кількість біт у символі, що передається по каналу зв'язку),

d – кодова відстань Хеммінга, яка визначається за виразом: (2).

Додатковим критерієм ефективності кодів є границя Варшимова-Гільберта, яка визначає гарантовано існування коду із заданими показниками виправної здатності. Але цей критерій

використовується для кодів із значною довжиною ($n > 200$). Стосовно кодів Хеммінга з малими значеннями n це є недоцільною оцінкою.

На рис. 1 зображено границі Плоткіна та Варшимова-Гільберта в координатах $(r_c, d/2n)$ для випадку, коли $n = 1023$.

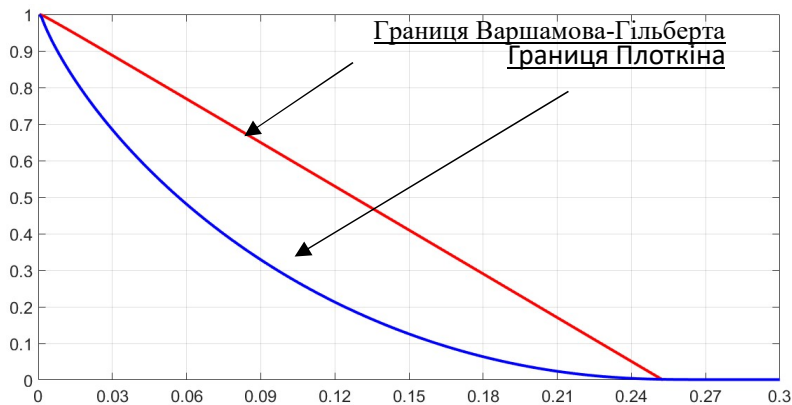


Рис.1. Границі Плоткіна та Варшимова-Гільберта у координатах завадостійкості для $n=1023$

Слід зауважити, що в деяких випадках дослідження виправних властивостей кодів, відображення границі Плоткіна використовується саме в такому вигляді, як на рисунку 1 незалежно від фактичної довжини блоку n . Некоректність такого підходу, який часто веде до хибних висновків щодо фактичних властивостей кодів, ґрунтується на високій чутливості поведінки границі Плоткіна щодо значення n для конкретного коду.

На рис. 2 проілюстровано декілька прикладів розміщення границі Плоткіна для значень $n = 10, 50, 100$.

На рисунку відображено точки, які відповідні кодам Хеммінга $(7, 4)$, $(15, 11)$, $(31, 26)$.

Можна бачити, що жодна координата кодів Хеммінга не перетинає границю Плоткіна за умов відповідності довжини блоку коду n і аргументу n в формулі для границі Плоткіна (4). Порушення саме цієї умови й веде до хибних висновків щодо властивостей коригувальних кодів.

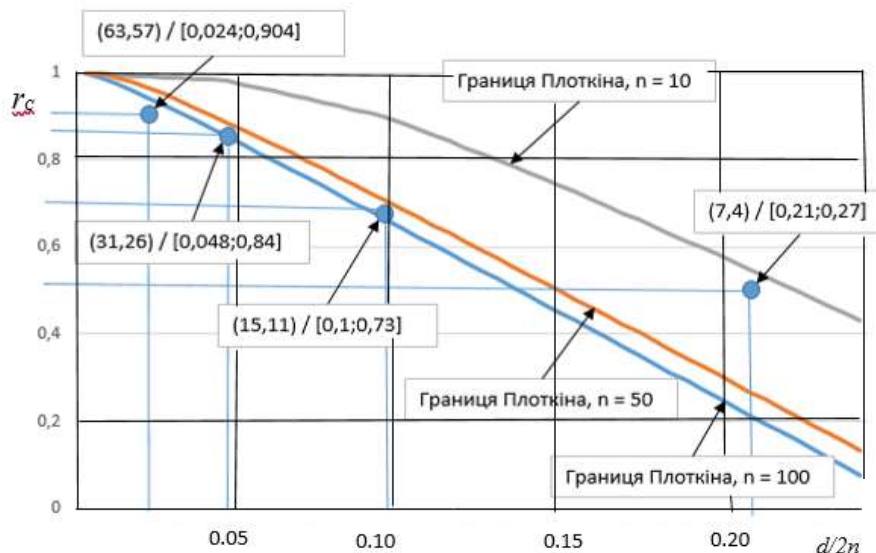


Рис.2. Границі Плоткіна та Варшимова-Гільберта у координатах завадостійкості для $n=1023$

В той же час, можна бачити, що, з одного боку, кожен із кодів достатньо близький до границі Плоткіна, з іншого боку, із збільшенням довжини блоку коду n міра наближеності до границі Плоткіна зростає.

Про це свідчать точні розрахунки міри наближеності кожного із кодів до границі Плоткіна в залежності від довжини блока коду n : зміні n від 7 до 63 міра наближеності монотонно збільшується з 87,24% до 92,24%.

Таблиця 1.
Міра наближення кодів Хеммінга до границі Плоткіна.

Код (n, k)	(7,4)	(15,11)	(31,26)	(63,57)
$d/2n$	0,214286	0,1	0,048387	0,02381
r_c	0,571429	0,733333	0,83871	0,904762
Границя Плоткіна	0,654995	0,838998	0,922096	0,980833
Міра наближеності до границі Плоткіна	87,24%	87,41%	90,96%	92,24%

Отже, виходячи з критеріїв теорії кодування, перевага на стороні кодів Хеммінга із *найбільшим значенням* довжини блока коду n .

Наступним етапом дослідження кодів Хеммінга є визначення критеріїв ефективності їх застосування, які використовуються у теорії завадостійкості, та відповідна оцінка різновидів коду Хеммінга.

Відповідно до цієї групи критеріїв найкращим є код, який надає найкращі показники коригування при найменшому значенні параметру каналу передавання даних h^2 , відомого як відношення сигнал/ шум за умов забезпечення потрібної достовірності $p_{\text{потр}}$.

Визначимо для практичного випадку дослідження ймовірність помилки в будь-якому символі нескінченної інформаційної послідовності $p_{\text{потр}} = 10^{-6}$.

Дійсно, за визначенням :

$$h^2 = \frac{E_S}{N_0}, \quad (5)$$

де E_S – енергія корисного сигналу; N_0 – спектральна щільність шуму в каналі.

Поряд із цим:

$$h^2 = \frac{E_S}{N_0} = \frac{P_S \cdot T_S}{N_0} = \frac{P_S}{N_0 \cdot V_C} = \frac{P_S}{N_0 \cdot \Delta F} = \frac{P_S}{P_{\text{ш}}} , \quad (6)$$

де P_S – потужність корисного сигналу; T_S – протяжність елементу сигналу, обернено пропорційна швидкості передавання $V_C = 1/T$ за умов $V_C = \Delta F$; ΔF – смуга частот в каналі передавання; $P_{\text{ш}}$ – потужність шуму.

В разі, якщо інформаційна послідовність передається без кодування, за обраним критерієм достовірності $p_{\text{потр}} = 10^{-6}$ можна визначити значення параметру h^2 для заданого виду дискретної модуляції [4,5].

Наприклад, при модуляції ФМ-2 (бінарної фазової маніпуляції) розрахункове значення за формулою з використанням функції Крампа $\Phi(x)$ [4]:

$$P_{\text{пом ФМ-2}} = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi(\sqrt{2Q^2}) \right]. \quad (7)$$

дає значення $h^2 = 11,8$ (10,7 дБ).

Використання надлишкових (коригувальних) кодів (зокрема, кодів Хеммінга) має покращити енергетичні умови використання каналу передавання даних.

Оскільки виправна здатність всіх кодів Хеммінга однакова, тобто виправлення лише **однієї** помилки в блоці із n елементів, - то перевага має бути віддана коду, який досягає достовірності $p_{\text{потр}} = 10^{-6}$ при найменшому значенні параметра h^2 (потужність шуму вважаємо незмінною, оскільки швидкість потоку даних вважаємо сталою незалежно від способу її розбиття на блоки).

Визначимо умови виникнення саме однієї помилки в блоці із n елементів, при якому може бути доцільним використання саме кодів Хеммінга.

Узагальнена формула має вигляд:

$$P(m, n) = C_n^m \cdot p^m \cdot (1 - p)^{n-m}, \quad (8)$$

де p – ймовірність поодинокій помилки елемента сигналу в неперервному потоці в каналі із енергетичним параметром h^2 .

Співвідношення (7) відповідає умові нормування:

$$\sum_0^n P(m, n) = 1, \quad (9)$$

тобто існує ймовірність появи в переданому блоці будь-якої кількості помилок (від 0 до n).

Область доцільного використання кодів Хеммінга обмежується умовою:

$$P_{\text{Хем}} = 1 - [P(0, n) + P(1, n)] \leq 10^{-6}, \quad (10)$$

тобто результативна достовірність в каналі передавання у випадку появи більш ніж однієї помилки (її виправить код), решта помилок не погіршить поріг достовірності.

Для випадку $m=0$ співвідношення (8) має вигляд:

$$P(0, n) = (1 - p)^n, \quad (11)$$

Для випадку $m=1$ співвідношення (8) має вигляд:

$$P(1, n) = n \cdot p \cdot (1 - p)^{n-1}, \quad (12)$$

В табл.і 2 надані результати розрахунку значень ймовірності безпомилкового передавання та передавання з однією помилкою блоків коду Хеммінга довжиною 7, 15 та 31 біт з використання співвідношень (7), (10), (11), (12).

Таблиця 2
Енергетичні пороги використання кодів Хеммінга.

Довжи на блоку	(7)		(15)		(31)		Без кодування
$P_{\text{пом.}}$ ФМ-2	$P_{\text{Хем}}$	h^2	$P_{\text{Хем}}$	h^2	$P_{\text{Хем}}$	h^2 , дБ	h^2
0,001	2 $,09 \cdot 10^{-5}$	$,8$	1 $,04 \cdot 10^{-4}$	$,8$	4 $,56 \cdot 10^{-4}$	$,8$	,82
0,00022	1 $,01 \cdot 10^{-6}$	,3	5 $,07 \cdot 10^{-6}$	$,3$	2 $,24 \cdot 10^{-5}$	$,3$	,0
0,0001	2 $,01 \cdot 10^{-7}$	$,0$	1 $,05 \cdot 10^{-6}$	,0	4 $,64 \cdot 10^{-6}$	$,0$	,47
0,00005	5 $,25 \cdot 10^{-8}$	$,6$	2 $,62 \cdot 10^{-7}$	$,6$	1 $,16 \cdot 10^{-6}$	,6	,81
0,000001							11,8 / 10,72 дБ

Графічно результати, надані в Таблиці 2, відображені на рисунку 3, відношення сигнал/шум подано в децибелах (дБ).

Дані Таблиці 2 та графіки на рис.3 свідчать проте, що для коду Хеммінга (7,4) умови забезпечення необхідної достовірності досягаються при відношенні сигнал/шум $h^2 = 6,3$ (8 дБ).

При збільшенні довжини блоку ймовірність помилки на його довжині зростає, тому для коду (15,11) критичним є $h^2 = 7,0$ (8,5 дБ), а для коду (31,26) – відповідно $h^2 = 7,6$ (8,8 дБ).

Слід зауважити, що при використанні кожного з кодів, які аналізовані, має місце виграш у забезпеченні потрібної достовірності у порівнянні із випадком відсутності кодування, а саме: код (7,4) забезпечує виграш у відношенні сигнал/шум $\Delta h^2 = 2,72$ дБ у порівнянні із випадком без кодування, код (15,11) забезпечує виграш $\Delta h^2 = 2,25$ дБ, код (31,26) $\Delta h^2 = 1,94$ дБ.

Можна бачити, що зі збільшенням довжини блоку коду енергетичний виграш спадає.

Отже, за критеріями завадостійкості перевагу має код із найменшою довжиною, тобто код Хеммінга (7,4).

Заключним етапом дослідження кодів Хеммінга є оцінка кодів у просторі показників ефективності за критеріями теорії інформації.

З позицій теорії інформації суттєвим є той факт, що кожен із кодів Хеммінга є надлишковим, тобто при передаванні сигналів по каналу зв'язку частина інформації має втрачатися, якщо швидкість передавання по каналу зв'язку дорівнює швидкості джерела інформації. Втрати зменшуються, коли зростає швидкість кодування I_c по мірі зростання довжини блоку коду.

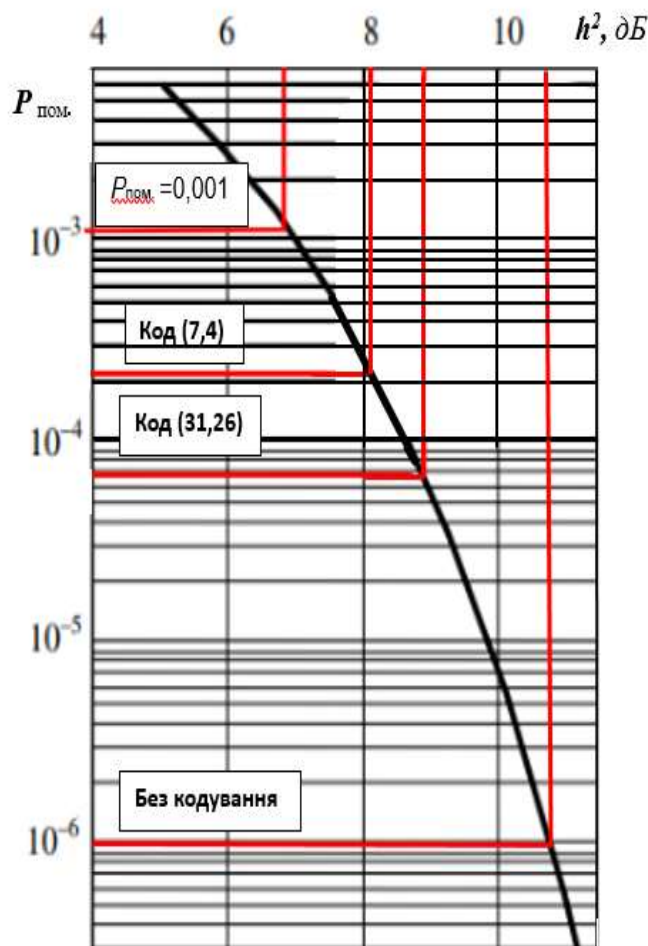


Рис.3. Показники енергетичної межі досягнення потрібної достовірності кодами Хеммінга (7, 4) та (31, 26) у порівнянні із випадком без кодування.

Для підтримки швидкості передавання біт інформації від джерела V_s слід відповідним чином пришвидшити швидкість передавання символів в каналі V_c [6]. В Таблиці 3 наведено відносно необхідне зростання швидкості передавання сигналів із надлишковим кодуванням в залежності від довжини блоку коду n .

Таблиця 3.

Відносне зростання швидкості передавання сигналів із надлишковим кодуванням в залежності від довжини блока коду n .

Довжина блоку n	(7)	(15)	(31)
Швидкість кодування	4/7	11/15	26/31
Відносне прискорення передачі сигналів (V_c / V_s)	1,7 5	1,36	1,19

Важливо уявити, за рахунок чого слід підвищувати швидкість передавання сигналів в каналі зв'язку і як це має позначитися на показниках, наведених у Таблиці 2.

Для відповіді слід звернутися до співвідношення (6), із якого можна побачити, що зміна значення відношення сигнал / шум (h^2) залежить виключно від зміни пропорції між потужністю сигналу P_s і швидкості передавання V_c :

$$h^2 = \frac{P_s}{N_0 \cdot V_c} . \quad (13)$$

Тому **прискорення** швидкості передавання сигналів по каналу V_c по відношенню до швидкості виходу біт інформації від джерела V_s у відповідності до даних Таблиці 3 має супроводжуватися пропорційним **зростанням потужності сигналу P_s** в точці реєстрації закодованого сигналу. При цьому зберігаються відомості про потрібні відношення сигнал шум при відповідному виді коду Хеммінга (Таблиця 2) із збереженням потрібної достовірності.

Отже, в підсумку слід констатувати, що за інтегральним показником – енергетичних витрат для досягнення потрібної достовірності без втрат швидкості передавання інформації від джерела – перевагу слід віддати коду Хеммінга із параметрами (7, 4) із виграшем у відношенні сигнал/шум $\Delta h^2 = 2,72$ дБ у порівнянні із випадком без кодування.

Висновки

1. Специфічний інтерес до кодів Хеммінга викликаний тим, що вони мають унікальну властивість: вони – за класичним визначенням – є досконалими кодами, тобто із мінімальною кількістю надлишкових розрядів.

Мета статті полягає у визначенні їх найбільш ефективної області використання в різноманітних сферах. Складність її досягнення полягає в тому, що поняття «найбільш ефективна область використання» в кожній із теорій кодування, завадостійкості та інформації є особливим, тому комплексний аналіз властивостей коду Хеммінга в суперпозиції цих теорій є актуальною і цікавою задачею дослідження.

2. З позицій теорії кодування коду Хеммінга мають однакову виправну здатність – незалежно від довжини блоку n виправляють лише одну помилку у блоці. В той же час, із зростанням довжини блоку n спадає надлишковість коду, наближаючи швидкість кодування до 1. Одночасно зростає міра наближеності кодів Хеммінга до границі Плоткіна, яка визначає теоретично досяжну межу співвідношень між швидкістю кодування, довжиною блоку і виправною здатністю коду. Тому перевага за цими критеріями має надаватися кодам Хеммінга з найбільшою довжиною блока коду n .

3. З позицій теорії завадостійкості найкращим є код, який надає найкращі показники коригування при найменшому значенні параметру каналу передавання даних h^2 (відношення сигнал/ шум) за умов забезпечення потрібної достовірності $p_{\text{потр}}$.

На прикладі значення $p_{\text{потр}} = 10^{-6}$, використання когерентної обробки модульованих сигналів ФМ-2 показано, що при однаковій виправній здатності всіх кодів Хеммінга перевага має бути віддана коду, який досягає достовірності $p_{\text{потр}} = 10^{-6}$ при найменшому значенні параметра h^2 . У порівнянні із випадком відсутності кодування найбільший вигреш дає найкоротший код – код Хеммінга (7,4).

4. З позицій теорії інформації кожен із кодів Хеммінга є надлишковим, тобто при передаванні сигналів по каналу зв'язку частина інформації має втрачатися, якщо швидкість передавання по каналу зв'язку дорівнює швидкості джерела інформації. Втрати зменшуються, якщо зростає

швидкість кодування по мірі зростання довжини блока коду n . Для підтримки швидкості передавання біт інформації від джерела слід відповідним чином пришвидшити швидкість передавання символів в каналі. При цьому енергетичні співвідношення для кодів Хеммінга з різними параметрами є незмінними.

5. В підсумку слід констатувати, що за інтегральним показником – енергетичних витрат для досягнення потрібної достовірності без втрат швидкості передавання інформації від джерела – перевагу слід віддати коду Хеммінга із параметрами (7, 4) із виграшом у відношенні сигнал/шум $\Delta h^2 = 2,72$ дБ у порівнянні із випадком без кодування.

Література

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_code.
2. https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_bound.
3. Uryvsky L. Peshkin A. Assessment of information efficiency of error-correcting codes in Plotkin bound. 2017 International Conference Radio Electronics & Info Communications (UkrMiCo). IEEE Xplore Digital Library. P. 1 - 4.
4. Основи теорії телекомунікацій. Підручник. Під заг. ред. Ільченка М.Ю.К.: ICC3I, КПІ, 2010.786 с.

Refereses

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_code.
2. https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_bound.
3. Uryvsky L. Peshkin A. Assessment of information efficiency of error-correcting codes in Plotkin bound. 2017 International Conference Radio Electronics & Info Communications (UkrMiCo). IEEE Xplore Digital Library. P. 1 - 4.
4. Osnovy teorii telekomunikatsii. Pidruchnyk. Pid zah. red. Ilchenka M.Iu.K.: ISSZI, KPI, 2010.786 s.
5. Chiani M. Win M.; Zanella A. Error probability for optimum.