

УДК 534.21: 537.226.86

ХВИЛІ ЗСУВУ В ШАРУВАТО-ПЕРІОДИЧНІЙ СТРУКТУРІ «П'ЄЗОЕЛЕКТРИК - ЩІЛИНА»

DOI 10.36994 / 2788-5518-2023-01-05-22

Левченко В.В., к.ф.-м. н., доц. Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна, e-mail: ylvv@ukr.net

Павленко В. І., к.ф.-м.н., доц., Відкритий міжнародний університет розвитку людини «Україна», Інститут комп'ютерних технологій, Київ, Україна. <https://orcid.org/0000-0002-3958-0415>, pavlenko.v@i.ua

Таланчук П.М., д.т.н., проф., Відкритий міжнародний університет розвитку людини «Україна», Київ, Україна. <https://orcid.org/0000-0001-8748-6127>, talanshuk_pm@ukr.net

Анотація. Дано постановку і розв'язано задачу про поширення об'ємних акустоелектричних пружних хвиль зсуву у регулярно - шаруватому середовищі п'єзоелектрик-щілина. Отримано дисперсійні співвідношення, які дозволяють дослідити можливість поширення хвильових полів з довільною геометрією періоду структури. Проведено порівняння спектрів дисперсійних кривих для об'ємних акустоелектричних хвиль у регулярно – шаруватому просторі.. Отримані дисперсійні співвідношення аналізувалися також чисельно, а результати наведено у вигляді графіків. Наведено графіки меж границь зон пропускання для різних видів геометрії породжуючого пакету шарів.

Ключові слова: акустоелектричні об'ємні хвилі зсуву, дисперсійні співвідношення, регулярно шарувате середовище, п'єзоелектрик-щілина.

BULK SHEAR WAVES IN A LAYER--PERIODIC STRUCTURE "PIEZOELECTRIC - SLOT"

Volodymyr Levchenko, Ph.D. n., Assoc. State University of Infrastructure and Technology, Kyiv, Ukraine, e-mail: ylvv@ukr.net

Volodymyr Pavlenko., Ph.D. n., Assoc. Open University of Human Development "Ukraine", Kyiv, Ukraine. <https://orcid.org/0000-0002-3958-0415>, pavlenko.v@i.ua

Peter Talanchuk, Dr. habil., Prof., Open International University of Human Development "Ukraine", Kyiv, Ukraine. <https://orcid.org/0000-0001-8748-6127>, talanshuk_pm@ukr.net

Abstract. A large number of scientific works are devoted to the problems of propagation of waves of different physical nature in periodic and heterogeneous media. The main problem considered in the article was the study of the shear wave in the layered-periodic structure "piezoelectric - gap". The statement is given and the problem of the propagation of volumetric acoustoelectric elastic shear waves in a regularly layered piezoelectric-slit medium is solved. Dispersion relations were obtained, which allow to investigate the possibility of propagation of wave fields with an arbitrary geometry of the period of the structure. A comparison of the spectra of the dispersion curves for volumetric acoustoelectric waves in a regularly layered space was carried out. The obtained dispersion relations were also analyzed numerically, and the results are presented in the form of graphs. Graphs of the limits of the boundaries of the transmission zones for various types of geometry of the generating layer package are given. As a result of numerical experiments, the possibility of the existence of transmission zones for bulk acoustic-electric waves in regularly layered media of the "piezoelectric - slot" type was established.

Key words: acoustoelectric bulk shear waves, dispersion relations, regularly layered medium, piezoelectric- slot.

Вступ

Досить широке застосування в різних галузях науки і техніки знайшли і шарувато-періодичні структури з електропружних матеріалів, що зумовлює потребу в детальному моделюванні та вивченні закономірностей поширення акустоелектричних хвиль у шаруватих середовищах з п'єзоефектом. У рамках концепцій механіки суцільного середовища для побудови та аналізу дисперсійних рівнянь, що описують поширення об'ємних, поверхневих та хвильоводних мод різної

поляризації в шарувато-періодичних середовищах різних типів, було запропоновано низку підходів [1–3]. У цій роботі на основі підходу [1] вивчаються об'ємні акустоелектричні хвилі зсуву, що поширюються в регулярно-шаруватій структурі « п'єзоелектрик -вакуумний зазор». Дисперсія таких хвиль визначається зв'язком п'єзоелектричних шарів електричними полями через проміжок [4]. який віднесемо до декартової системи координат $Oxyz$

Постановка задачі.

Розглянемо регулярно-шаруватий простір, який утворений періодичним повторенням вздовж осі Ox шару п'єзоелектрика товщини h_p , фізико-механічні властивості якого описуються матеріальними співвідношеннями кристалографічного класу $6mm$ і вакуумного зазору (щілини) товщини h_v . Направимо вісь Oz декартової системи координат вздовж осі симетрії шостого порядку. Розповсюдження вздовж осі Oy зсувної хвилі в п'єзоелектричних шарах описується лінеаризованою системою рівнянь електропружності [3]

$$\rho_p \partial_t^2 u_p = c_{44,p}^* \Delta u_p, \Delta \psi_p = 0, \quad (1)$$

а в щілині рівнянням [5]

$$\Delta \phi_0 = 0, \quad (2)$$

де введені позначення $c_{44,p}$, ρ_p , $\varepsilon_{11,p}$, $e_{15,p}$ – фізико-механічні параметри п'єзоелектричного шару, $c_{44,p}^* = c_{44,p} + e_{15,p}^2 / \varepsilon_{11,p}$, $\psi_p = \phi_p - \left(\frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} \right) u_p$, а ϕ_p й ϕ_0 – електростатичні потенціали відповідно у п'єзоелектриці та вакуумі.

Розв'язання задачі.

Розв'язання системи рівнянь (1)–(2) у кожному з шарів шукатимемо у вигляді

$$u_p = B_{2n-1}^{(1)} \sin \Omega_p (x - x_{n,p}^*) + B_{2n-1}^{(2)} \cos \Omega_p (x - x_{n,p}^*), \quad \psi_p = D_{2n-1}^{(1)} \operatorname{sh} k (x - x_{n,p}^*) + D_{2n-1}^{(2)} \operatorname{ch} k (x - x_{n,p}^*), \quad x_{n-1,v}^* < x < x_{n,p}^*;$$

$$\phi_0 = D_{2n}^{(1)} \operatorname{sh} k (x - x_{n,v}^*) + D_{2n}^{(2)} \operatorname{ch} k (x - x_{n,v}^*), \quad x_{n,p}^* < x < x_{n,v}^*; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

де $x_{n,p}^* = nh + h_p$, $x_{n,v}^* = nh + h$, $h = h_v + h_p$, $\Omega_p = (k_p^2 - k^2)^{1/2}$, $k_p^2 = \omega^2 / \tilde{c}_p^2$, $\tilde{c}_p^2 = c_{44,p}^* / \rho_p$, k – хвильове число, ω – кругова частота. У формулах (3) множник $\exp(iky - i\omega t)$ опущений.

На межах розділу властивостей аналізованого середовища $x = x_{n,p}^*$ і $x = x_{n,v}^*$ повинні виконуватися умови [5]

$$c_{44,p}^* \partial_x u_p + e_{15,p} \partial_x \psi_p = 0, \quad \partial_x \psi_p = \partial_x \phi_0, \quad \psi_p - \frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} u_p = \phi_0. \quad (4)$$

Ці умови виражають відсутність зсувних напруг, безперервність електричних потенціалів та нормальних компонентів електричної індукції.

Підставляючи рішення (3) у граничні умови (4), вихідне завдання зведемо до нескінченної системи алгебраїчних рівнянь щодо невідомих $\vec{B}_j$ та $\vec{D}_i$

$$\begin{aligned} N(\varepsilon_{11,p}; k_p^*) \vec{D}_{2n-1} + N_u(e_{15,p}; \theta_p) \vec{B}_{2n-1} &= N(\varepsilon_0; 0) \vec{D}_{2n}, \\ N(\varepsilon_0; k_v^*) \vec{D}_{2n} &= N_u(e_{15,p}; 0) \vec{B}_{2n+1} + N(\varepsilon_{11,p}; 0) \vec{D}_{2n+1}, \\ \vec{M}(a_p; \theta_p) \vec{B}_{2n-1} + \vec{M}_u(e_{15,p}; k_p^*) \vec{D}_{2n-1} &= 0, \\ \vec{M}(a_p; 0) \vec{B}_{2n+1} + \vec{M}_u(e_{15,p}; 0) \vec{D}_{2n+1} &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

У системі (5) введено матриці

$$N(\varepsilon_{11,p}, k_p^*) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11,p} k \operatorname{ch} k_p^* & -\varepsilon_{11,p} k \operatorname{sh} k_p^* \\ -\operatorname{sh} k_p^* & \operatorname{ch} k_p^* \end{bmatrix},$$

$$N(\varepsilon_0, k_v^*) = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 k \operatorname{ch} k_v^* & -\varepsilon_0 k \operatorname{sh} k_v^* \\ -\operatorname{sh} k_v^* & \operatorname{ch} k_v^* \end{bmatrix},$$

$$N(e_{15,p}, \theta_p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -e_{15,p} k \sin \theta_p & e_{15,p} k \cos \theta_p \end{bmatrix},$$

вектор-рядки $\vec{M}(a_p; \theta_p) = [a_p \cos \theta_p; a_p \sin \theta_p]$, $\vec{M}_u(e_{15,p}; k_p^*) = [e_{15,p} k \operatorname{ch} k_p^*; -e_{15,p} k \operatorname{sh} k_p^*]$, вектор-стовпці $\vec{B}_i = \operatorname{col}(B_i^{(1)}, B_i^{(2)})$, $\vec{D}_i = \operatorname{col}(D_i^{(1)}, D_i^{(2)})$ та позначення $k_p^* = k h_p$, $\theta_p = \Omega_p h_p$, $a_p = c_{44,p}^* \Omega_p$, $k_v^* = k h_v$.

Виконавши ряд перетворень, систему рівнянь (5) можна звести до системи щодо невідомих $\vec{D}_i$

$$\begin{aligned} \vec{N}(e_{11,p}; k_p^*; \theta_p) \vec{D}_{2n-1} &= N(\varepsilon_0; 0) \vec{D}_{2n}, \\ N(\varepsilon_0; k_v^*) \vec{D}_{2n} &= \vec{N}(e_{11,p}; 0; 0) \vec{D}_{2n+1}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

де елементи матриці $\vec{N}(e_{11,p}; k_p^*; \theta_p)$ мають вигляд

$$\begin{aligned} \vec{N}^{11} &= \varepsilon_{11,p} k \operatorname{ch} k_p^*, \quad \vec{N}^{12} = -\varepsilon_{11,p} k \operatorname{sh} k_p^*, \quad \vec{N}^{21} = -\operatorname{sh} k_p^* - \frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} R^{11} \sin \theta_p + \frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} R^{21} \cos \theta_p, \\ \vec{N}^{22} &= \operatorname{ch} k_p^* + \frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}} R^{22} \cos \theta_p; \quad R^{11} = -\frac{k e_{15,p}}{a_p}, \quad R^{21} = \frac{-k e_{15,p} \operatorname{ch} k_p^* - a_p R^{11} \cos \theta_p}{a_p \sin \theta_p}, \quad R^{22} = \frac{k e_{15,p} \operatorname{sh} k_p^*}{a_p \sin \theta_p}. \end{aligned}$$

Використовуючи запропонований у [1] підхід, загальне рішення системи рівнянь (6) представимо у вигляді

$$\begin{aligned} \vec{D}_{2n-1} &= \sum_{j=1}^2 \chi_j^n \vec{N}^{-1}(e_{11,p}; 0; 0) N(\varepsilon_0; k_v^*) N^{-1}(\varepsilon_0; 0) \vec{Y}_j, \\ \vec{D}_{2n} &= \sum_{j=1}^2 \chi_j^n N^{-1}(\varepsilon_0; 0) \vec{Y}_j, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \end{aligned} \quad (7)$$

де χ_j^n і $\vec{Y}_j$ ($j = 1, 2$) – характеристичні числа та відповідні їм власні вектори передавальної матриці

$$N = \vec{N}(e_{11,p}; k_p^*; \theta_p) \vec{N}^{-1}(e_{11,p}; 0; 0) N(\varepsilon_0; k_v^*) N^{-1}(\varepsilon_0; 0). \quad (8)$$

На основі системи рівнянь (5) отримаємо рішення для $\vec{B}_{2n-1}$ у вигляді

$$\vec{B}_{2n-1} = \sum_{j=1}^2 (\vec{R}_1 + \vec{R}_2) \chi_j^n \vec{N}^{-1}(e_{11,p}; 0; 0) N(\varepsilon_0; k_v^*) N^{-1}(\varepsilon_0; 0) \vec{Y}_j,$$

де введені вектор-стовпці $\vec{R}_1 = \operatorname{col}(R^{11}; R^{22})$, $\vec{R}_2 = \operatorname{col}(R^{21}; 0)$

Безпосередні обчислення показали, що детермінант матриці $\det N = 1$. Тоді згідно [1], умова існування об'ємних електропружних хвиль зсуву має вигляд

$$|b_{pv}| \leq 1, \quad b_{pv} = \operatorname{spur} N / 2, \quad (9)$$

а рівняння

$$b_{pv} = \pm 1 \quad (10)$$

задають межі цих зон.

У граничному випадку, коли товщина щілини $h_v = 0$, дисперсійне рівняння (10) для меж зон пропускання набуде вигляду

$$a_p \sin \theta_p (\operatorname{ch} k_p^* \mp 1) + \frac{k(e_{15,p})^2}{\varepsilon_{11,p}} (\cos \theta_p \mp 1) = 0. \quad (11)$$

Знак «мінус» в (11) відповідає межах, де $b_{pv} = 1$. Незавжди побачити, що $\cos \theta_p = \pm 1$ визначатиме коріння останнього рівняння.

Аналіз чисельних результатів та висновки.

Нижче наведено результати чисельного аналізу отриманих дисперсійних рівнянь для меж зон пропускання у разі коли шар п'єзоелектрика має параметри CdS. На рис.1 по осі абсцис відкладено безрозмірне хвильове число $\bar{k} = k h_p$, а по осі ординат – безрозмірна частота $\bar{\omega} = \omega h_p / c_p$ ($c_p^2 = c_{44,p} / \rho_p$). В силу того, що межі зон пропускання лежать досить близько одна до одної, на малюнку представлений лише фрагмент другої зони пропускання, який відображає основну закономірність зміни положення меж зон за різних товщин вакуумного зазору.

При чисельному аналізі товщина шару CdS залишалася постійною $\bar{h}_p = h_p/h_p = 1$, а товщина щілини $\bar{h}_v = h_v/h_p$ була такою: $\bar{h}_v = 0$ (крива 1), $\bar{h}_v = 0,05$ (крива 2), $\bar{h}_v = 0,5$ (крива 3). Зазначені криві відповідають тим межам зон, де $b_{pv}=1$. У межах масштабу малюнку межі зон, які визначаються рівнянням $b_{pv}=-1$ та відповідають різним значенням $\bar{h}_v$, практично збігаються і тому позначені однією кривою 4.

Як очевидно з малюнку, кордон $b_{pv}=1$ зі збільшенням $\bar{h}_v$ наближається до кордону $b_{pv}=-1$.

На рис.2 в координатах $(\bar{k}, \bar{h}_v)$ для другої зони пропускання і $\bar{\omega} = 3,1$ нанесена суцільною кривою $b_{pv}=-1$, і штрихова крива, відповідно $b_{pv}=1$. Наведені результати дозволяють простежити зміну ширини зони пропускання зі зростанням товщини вакуумного зазору.

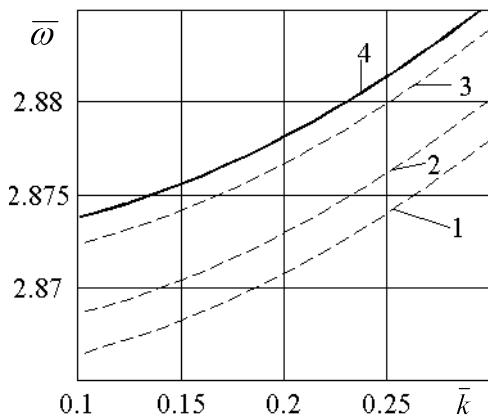


Рис. 1. Межі зон пропускання

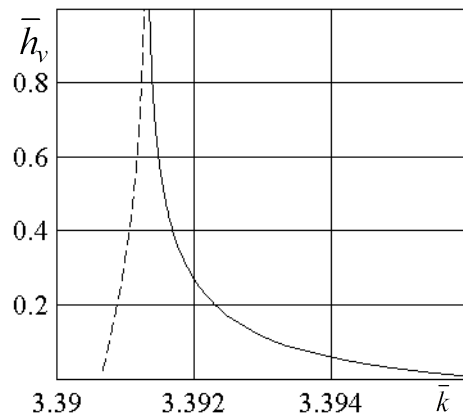


Рис. 2.. Зона пропускання.

Висновки

Таким чином, в результаті чисельних експериментів встановлено можливість існування зон пропускання для об'ємних акустoeлектричних хвиль у регулярно-шарових середовищах типу «п'єзoeлектрик – щілина». Ці зони дуже вузькі в порівнянні з зонами запирання і локалізовані в околиці кривих $\cos \theta_p = \pm 1$. Зі збільшенням товщини вакуумного зазору $\bar{h}_v$ ширина зони пропускання стає дедалі меншою й межі зон вироджується в лінію. Встановлено, що зі зростанням $\bar{k}$ та $\bar{\omega}$ ширина зон незначно збільшується. Отримані дисперсійні співвідношення проаналізовано чисельно, а результати представлено у вигляді графіків.

Література

1. Шульга Н.А. Основи механіки шаруватих середовищ періодичної структури. - К.: Наук. думка, 1981. 200 с.
2. Podlipenets A. N., Shulga N. A., Zinchuk L. P. Hamiltonian system formalism in the theory of transparent wave propagation in multilayered piezoelectrics // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1996. V. 76, S. 5. P. 395-396.
3. Зінчук Л. П., Левченко В. Ст, Шульга Н. А. Поширення об'ємних електроупругих хвиль зсуву в регулярно-шаруватому середовищі типу метал - п'єзoeлектрик // Мат. методи та фіз. - хутро. поля. 1989. Вип. 30. С.4-8.
4. Rushitsky Ya.Ya. On a nonlinearly elastic Stoneley wave// Prikl. Mechanics. — 2014. —50, No. 6 – P. 39
5. Levchenko V.V. Propagation of magnetoelastic shear waves through a regularly laminated medium with metalized interfaces //Int. Appl. Mech. - 2004. - 40, No. 1. – P.97-25.

References

1. Shulga N.A. Fundamentals of mechanics of layered media of periodic structure. - K.: Science. dumka, 1981. 200 p.
2. Podlipenets A. N., Shulga N. A., Zinchuk L. P. Hamiltonian system formalism in the theory of transparent wave propagation in multilayered piezoelectrics // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1996. V. 76, S. 5. P. 395-396.
3. L. P. Zinchuk, V. St. Levchenko, and N. A. Shulga, Propagation of bulk electroelastic shear waves in a regularly layered medium of the metal-piezoelectric type // Mat. methods and physical - fur fields 1989. Issue 30. P.4-8.
4. Rushitsky Ya. Ya. On a nonlinearly elastic Stoneley wave// Prikl. Mechanics. — 2014. —50, No. 6 – P. 39
5. Levchenko V.V. Propagation of magnetoelastic shear waves through a regularly laminated medium with metalized interfaces //Int. Appl. Mech. - 2004. - 40, No. 1. – P.97-25.