

УДК 629.73.3

DOI <https://doi.org/10.36994/2788-5518-2025-01-09-14>

МОДЕЛЮВАННЯ КОЛЕКТИВНОЇ ПОВЕДІНКИ ГРУП БПЛА ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕОРІЇ МАСОВИХ ІГОР

Єна М. В., аспірант, Національний аерокосмічний університет «Харківський аерокосмічний інститут», Харків, Україна. <https://orcid.org/0009-0006-0664-3244>, yenamaxim98@gmail.com

Погудіна О. К., к.т.н., доц., Національний аерокосмічний університет «Харківський аерокосмічний інститут», Харків, Україна. <https://orcid.org/0000-0001-5689-25526>, o.pohudina@phd.poliba.it

Анотація. У статті подано результати порівняльного дослідження моделей колективної поведінки груп (флотилій) безпілотних літальних апаратів (БПЛА) із застосуванням теорії масових ігор (Mean Field Game, MFG) і звичайної rule-based стратегії. Основна увага приділяється оптимізації розподілу трафіку БПЛА в умовах обмеженого повітряного простору з наявністю перешкод і високою щільністю агентів. Метою дослідження є розроблення моделі симуляції поведінки агентів, здатної забезпечити керування рухом БПЛА в міському (урбаністичному) середовищі. Для досягнення поставленої мети використовується метод чисельного розв'язання системи рівнянь Гамільтона-Якобі-Беллмана та Фоккера-Планка, що описують динаміку оптимального керування й еволюцію густини агентів. Виконано формалізацію середовища з обмеженнями й побудовано моделі, що враховують взаємодію між агентами та їхню адаптацію до змін середовища. Реалізовано порівняння rule-based і MFG підходів за метриками: середня відстань до цілі, локальна густина, втрати маси агентів, узгодженість напрямку руху з вектором до цілі. Моделювання продемонструвало, що застосування теорії масових ігор дає змогу збільшити адаптивність системи управління БПЛА, зменшити ймовірність конфліктів між агентами й уникнути втрат щільності. Розроблена модель виявилася ефективною в симуляціях, що свідчить про раціональність її подальшого вдосконалення та використання в практичних завданнях повітряного руху. Наприклад, актуальними напрямками інтеграції моделі з технологіями штучного інтелекту, цифровими двійниками та децентралізованими системами зберігання даних (blockchain технології).

Ключові слова: БПЛА, масові ігри, колективна поведінка, управління повітряним простором, моделювання, теорія керування.

MODELING COLLECTIVE BEHAVIOR OF UAV GROUPS USING MEAN FIELD GAME THEORY

Maksym Yena, Postgraduate student, National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkiv, Ukraine. <https://orcid.org/0009-0006-0664-3244>, yenamaxim98@gmail.com

Olga Pogudina, PhD in Engineering, Associate Professor, National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkiv, Ukraine. <https://orcid.org/0000-0001-5689-25526>, o.pohudina@phd.poliba.it

Abstract. The article presents the results of a comparative study of models of collective behavior of groups (fleets) of unmanned aerial vehicles (UAVs) using the theory of mass games (Mean Field Game, MFG) and traditional rule-based strategy. The main attention is paid to optimizing the distribution of UAV traffic in conditions of limited airspace with the presence of obstacles and high density of agents. The aim of the study is to develop a numerical model of agent behavior simulation, capable of providing adaptive control of UAV movement in an urban environment. To achieve this goal, the method of numerical solution of the system of Hamilton-Jacobi-Bellman and Fokker-Planck equations, which describe the dynamics of optimal control and the evolution of agent density, was used. The environment with constraints was formalized and models were built that take into account the interaction between agents and their adaptation to environmental changes. The work compares the rule-based and MFG approaches using real metrics: average distance to the target, local density, mass loss of agents, consistency of the direction of movement with the vector to the target. The results of the study showed that the mass game model provides better adaptability, reduces the risk of conflicts between agents, minimizes mass loss in prohibited areas, and promotes effective obstacle avoidance. The practical significance of the work lies in the possibility of using the proposed approach to build scalable UAV air traffic control systems in complex urban environments. The results also highlight further prospects for integrating MFG-based models into next-generation air traffic management (UTM) systems, including the use of artificial intelligence technologies, blockchain technology, and digital twins for autonomous UAV routing in real time.

Key words: UAV traffic modeling, mean field games, agent-based simulation, decentralized control, Hamilton-Jacobi-Bellman, Fokker-Planck, obstacle avoidance, collective behavior.

Вступ

Міська повітряна мобільність (далі – МПМ) активно розвивається як перспективна інфраструктура для виконання логістичних, моніторингових та аварійно-рятувальних завдань із застосуванням безпілотних літальних апаратів (далі – БПЛА). У зв'язку з цим зростає потреба в ефективному управлінні повітряним трафіком, особливо в умовах, де одночасно діють десятки або сотні БПЛА. Збільшення кількості дронів призводить до зростання ризику конфліктів, неефективного використання повітряного простору й втрати стабільності системи при масштабуванні. Класичні rule-based підходи в управлінні БПЛА, ґрунтовані на жорстких правилах і простих евристичних методах, не враховують взаємного впливу агентів один на одного, що призводить до локальних перевантажень, накопичення щільності й нераціональної роботи з перешкодами. Особливо це стає критичним у багатошаровому міському середовищі, де простір обмежений будівлями й іншими небезпечними зонами. Одним із перспективних напрямів дослідження є застосування теорії масових ігор, що дає змогу моделювати взаємодію численних агентів з урахуванням змінної густини та локальної динаміки середовища, що важливо для організації руху БПЛА в урбаністичних умовах. Проте практичне впровадження таких моделей потребує створення чисельно-стабільних симуляцій та об'єктивного порівняння з традиційними моделями на основі реальних метрик: середньої відстані до цілі, втрат маси, конфліктної густини й узгодженості напрямку руху.

Управління великомасштабним повітряним трафіком БПЛА є актуальним науковим напрямом, що охоплює завдання координації, оптимізації маршрутів, уникнення зіткнень і децентралізованого прийняття рішень у складному середовищі. Нині в дослідженнях керування БПЛА використовують кілька основних підходів, зокрема rule-based, потенціальні поля та масові ігри: Rule-Based моделі передбачають використання набору фіксованих правил (евристичних) для прийняття рішень кожним агентом. Ці моделі є простими в реалізації, проте вони не враховують зміни навколишнього середовища й не дають змоги адаптувати поведінку при зростанні кількості агентів [1; 2]. Моделі на основі теорії потенціалів і штучного поля (Artificial Potential Fields) дають можливість уникати зіткнень і притягувати БПЛА до цілі, але мають схильність до застрягання в локальних мінімумах і не масштабуються для великої кількості агентів [3]. Масові ігри (Mean Field Games, MFG) є сучасною математичною парадигмою, яка дає змогу описувати децентралізовану поведінку великої кількості агентів, що ухвалюють рішення на основі щільності середовища [4]. Останніми роками активно впроваджуються в завдання робототехніки й керування роєм БПЛА [5]. У більшості наявних робіт моделі MFG розглядаються з математичного погляду [6], але практична реалізація численних симуляцій, особливо в поєднанні з порівнянням rule-based стратегій, залишається відкритим завданням. Також обмеженою є кількість публікацій, що містять об'єктивні метрики ефективності MFG-підходу в реалістичних симуляційних умовах.

Мета статті – моделювання й порівняльний аналіз поведінки груп БПЛА на основі теорії масових ігор і rule-based моделі, з використанням чисельної реалізації рівнянь Гамільтона-Якобі-Беллмана та Фоккера-Планка [7]. Особлива увага приділяється створенню симуляційного підходу, що дає змогу об'єктивно порівнювати ефективність моделей за показниками: відстань до цілі, конфліктність, втрати маси й адаптивність до середовища.

Формалізація задачі управління колективною поведінкою БПЛА

Розглядається задача колективного керування множиною $N \gg 1$ однорідних БПЛА, що переміщуються в обмеженому двовимірному просторі $\dot{U} \in R^2$ протягом заданого інтервалу часу $t \in [0, T]$.

Простір містить:

- ділянку G – цільову зону;
- ділянку $O \subset \Omega$ – заборонену зону (перешкода), де польоти недопустимі;
- функцію щільності $m(x, t)$ – густина розподілу агентів у просторі.

Кожен агент прагне досягти цілі, мінімізуючи сумарну вартість пересування, яка залежить від відстані до цілі, інтенсивності керування $u(x, t)$, щільності інших агентів $m(x, t)$, наявності перешкод.

Функція витрат

Функція витрат для кожного агента має вигляд [8]:

$$L(x, u, m) = |x - x_{goal}| + \alpha |u|^2 + \beta m(x, t) + \chi O(x), \quad (1)$$

де α – вага енерговитрат на керування, β – вага штрафу за накопичення щільності, $\chi O(x)$ характеристична функція перешкод (1 у межах O , 0 – поза нею).

Цільова функція

Мета – мінімізувати функціонал для кожного агента [9]:

$$J(u) = \int_0^T L(x(t), u(t), m(x, t)) dt, \quad (2)$$

де $x(t)$ – траєкторія агента за умови керування $u(t)$.

Обмеження задачі

Керування повинно бути обмежене [10]:

$$u(x, t) \in U \subset \mathbb{R}, |u| < u_{max}, \quad (3)$$

де $u(x,t)$ – керуючий вектор, що визначає напрямок та інтенсивність руху в просторі в момент часу t у точці x (змінна, яку агент вибирає для мінімізації своєї цільової функції); $U \subset R^2$ – допустима ділянка керувань, що означає, що керування агентів відбувається у двох просторових координатах (наприклад, по осях x і y); $|u|$ – модуль вектора керування u , що інтерпретується як швидкість або інтенсивність керівного впливу. $U_{\max}$ – максимальне допустиме значення керування (це обмеження вводиться для забезпечення реалістичності моделі: агенти не можуть прискорюватися або змінювати напрямок із будь-якою довільною великою швидкістю; їхні дії обмежені).

Ця умова гарантує, що кожен агент у будь-який момент часу може вибирати лише таке керування, яке належить дозволеним множині U і має модуль, що не перевищує певного порогового значення $u_{\max}$. Це забезпечує реалістичність і чисельну стійкість моделювання.

Узагальнення як задача масових ігор

У граничному переході при $N \rightarrow \infty$, коли кількість агентів прямує до нескінченності, дискретна багатоагентна система переходить до безперервного опису, який формалізується у вигляді системи рівнянь у частинних похідних (Partial Differential Equations). Така система описує взаємозв'язок між функцією вартості $V(x,t)$, яка відображає оптимальні стратегії керування, і функцією густини агентів $m(x,t)$, що описує розподіл дронів у просторі. Ця система складається з такого:

- рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана (HJB), що описує процес прийняття оптимального рішення кожним агентом, виходячи з поточного стану системи [11];
- рівняння Фоккера-Планка (FP), яке описує еволюцію густини агентів під впливом обраного керування.

Обидва рівняння є частинно-похідними, оскільки включають похідні функцій $V(x,t)$ та $m(x,t)$ за просторовими координатами x і часом t , що відображає динамічний характер системи [13].

Таким чином, PDE-система забезпечує повноцінний математичний опис колективної поведінки в безперервному середовищі й дає змогу моделювати оптимальне керування в умовах взаємодії великої кількості агентів.

1. Рівняння HJB (оптимізація) [11; 12]:

$$\frac{V}{t} + \min_u [L(x, u, m) + \nabla V(u)] = 0, \quad (4)$$

де $L(x, u, m)$ – функція витрат (визначає витрати агента при перебуванні в точці x , застосуванні керування u та за заданої густини m), $\nabla V(u)$ – скалярний добуток градієнта функції вартості.

У кожен момент часу агент вибирає таке керування u , яке мінімізує суму миттєвих витрат $L(x, u, m)$ і зміни функції вартості обраного напрямку руху $\nabla V(u)$.

2. Рівняння FP (еволюція густини):

$$-\frac{m}{t} + \nabla(m, u) = 0. \quad (5)$$

Ці рівняння є зв'язаними: поточна густина $m(x,t)$ впливає на рішення HJB, яке, у свою чергу, визначає оптимальне керування $u(x,t) = -\nabla V$, що впливає на динаміку $m(x,t)$. Це і є основна ідея масових ігор [13].

Виконання досліджень

Моделювання колективної поведінки групи БПЛА

Для розв'язання системи рівнянь Гамільтона-Якобі-Беллмана (HJB) та Фоккера-Планка (FP) використано чисельну схему на сітці розміром 60×60 з рівномірним кроком просторової дискретизації. Апроксимація просторових похідних здійснювалася за допомогою центральних різниць другого порядку точності. Інтегрування в часі виконувалося за допомогою явної схеми Ейлера [14].

Вибір сітки 60×60 зумовлений вибором між точністю моделювання й обчислювальними витратами: розмір дає змогу детально відобразити динаміку агентів включно з обходом перешкод при прийнятних витратах часу на симуляцію.

Тестові експерименти з грубішими та більш детальними сітками показали, що 60×60 забезпечує стабільні результати.

Щоб уникнути нестабільності при розв'язанні рівняння Фоккера-Планка, часовий крок Δt обрано згідно з умовою Куранта-Фрідрікса-Леві [13], яка забезпечує правильну роботу чисельної схеми при моделюванні дифузійних процесів.

Рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана (HJB) інтегрується у зворотному напрямку часу, а рівняння Фоккера-Планка (FP) – у прямому [14]. Для стабільності обчислень виконується нормалізація маси й обмеження густини в зоні перешкоди.

Оцінювання обчислювальної складності моделі

Часова складність рішення системи рівнянь Гамільтона-Якобі-Беллмана (HJB) та Фоккера-Планка (FP) залежить від кількості вузлів просторової сітки [15]. При використанні явної схеми розрахунків обчислювальні витрати на кожен часовий крок пропорційні кількості вузлів, тобто $O(N^2)$, де N – кількість вузлів по кожній координаті (розмір сітки $N \times N$). Таким чином, загальна часова складність симуляції становить $O(N^2 \times T / \Delta t)$, де T – загальний горизонт моделювання, Δt – крок по часу.

При збільшенні розмірності простору або зменшенні Δt обчислювальні витрати зростають лінійно від кількості часових кроків і квадратично від кількості просторових вузлів.

Просторові умови й початкові дані

Початковий розподіл агентів змодельовано у вигляді нормалізованої гаусівської плями, розташованої в лівому нижньому куті ділянки. Початковий стан моделі масових ігор показано на рисунку 1, де видно високу щільність у стартовій зоні.

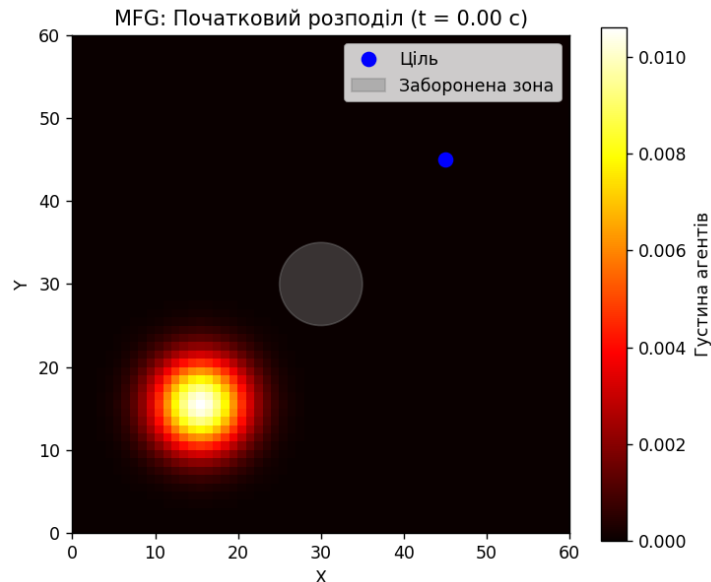


Рис. 1. Початковий розподіл агентів $m(x,0)$

- Цільову точку встановлено в координатах (45,45).
- У центрі ділянки (30,30) задано круглу зону перешкоди радіусом $R=5$, яку не можна перетинати.
- Перешкода реалізується як зона з великою вартістю проходження $\chi_O(x) = 10^6$.

Фінальний розподіл густини в моделі масових ігор подано на рисунку 2. Видно, що агенти адаптивно обходять перешкоду й досягають цілі без перевантаження повітряного простору.

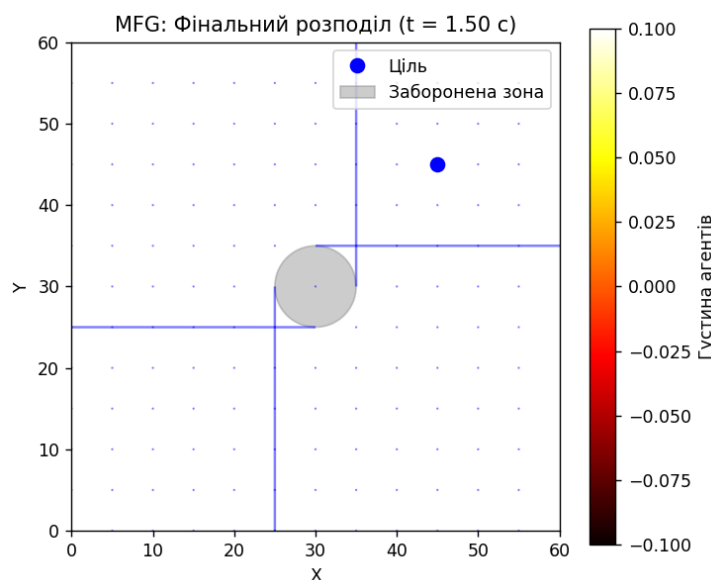


Рис. 2. Розподіл агентів у момент часу $t=T$ для моделі MFG

Реалізація rule-based моделі

Для порівняння реалізовано rule-based підхід, за якого всі агенти рухаються в напрямку вектора $x_{goal} - x$ з однаковою сталою швидкістю.

Модель не враховує густини, перешкод або інші обмеження. Це дає змогу оцінити переваги MFG при складніших умовах. Як показано на рисунку 3, rule-based стратегія призводить до накопичення агентів у зоні перешкоди, оскільки вектор руху не враховує обмеження простору.

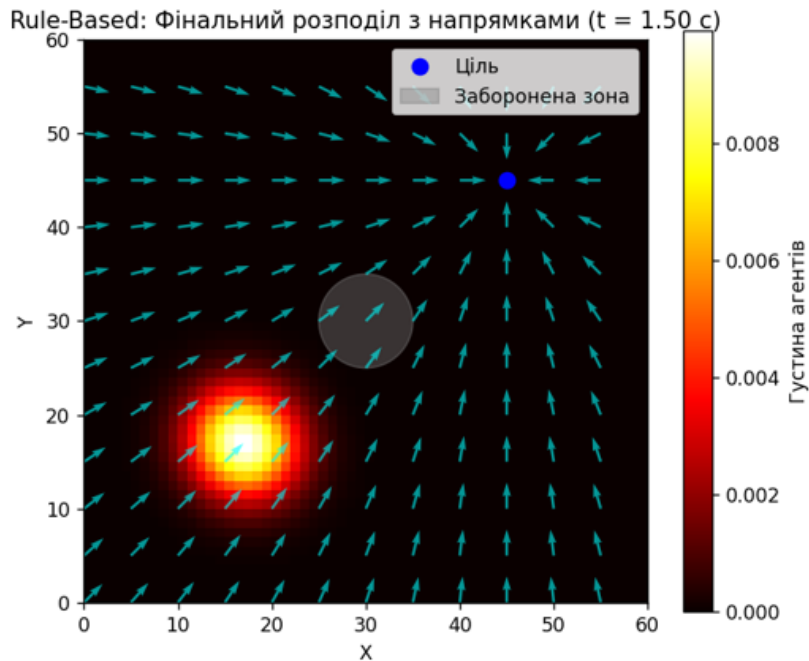


Рис. 3. Фінальний розподіл rule-based моделі

У цій моделі кожен агент рухається в напрямку до цілі, ігноруючи навколишнє середовище, густину інших агентів і перешкоди. Формально керування визначається так [16]:

$$u(x, t) = \frac{x_{goal} - x}{|x_{goal} - x|}, \quad (6)$$

де x – поточна позиція агента, x_{goal} – координати цілі.

Такий підхід задає фіксований напрямок руху незалежно від наявності перешкод або інших агентів. Для додаткового порівняння моделей побудовано карту різниці фінальної густини, що показано на рисунку 4.

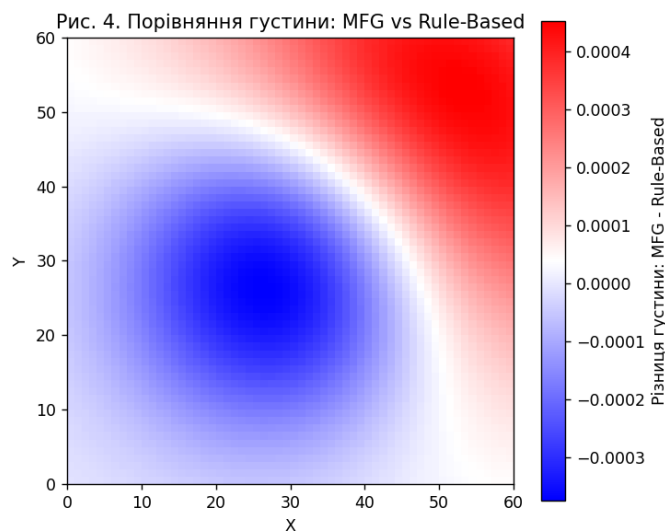


Рис. 4. Порівняльні векторні поля напрямків руху

Кількісні результати

Кількісні порівняння подано в таблиці 1, вони демонструють відмінності між моделлю масових ігор і Rule Based моделлю.

Таблиця 1
Результати порівняння

Показник	Модель масових ігор	Rule-Based модель
Середня відстань до цілі (пікс.)	10,52	13,83
Максимальна локальна густина (конфлікти)	0,0327	0,0785
Маса агентів у перешкодах	0,0001	0,0126
Узгодженість напрямку з вектором цілі	0,9864	0,9902
Утрати маси під час симуляції	0,000	0,0011
Час виконання симуляції (с)	3,872	2,014

Метрики оцінювання ефективності траєкторій

Оцінювання ефективності агентів у моделі здійснюється за кількома ключовими метриками: середньою відстанню до цілі, локальною густиною, утратою маси, а також показником узгодженості напрямку руху. Останній виражається через косинус кута між напрямком руху агента й напрямком на цільову точку:

$$\cos(\theta) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{u}_{goal}}{|\vec{u}| |\vec{u}_{goal}|}, \quad (7)$$

де $\vec{u}$ — поточний вектор керування агента, $\vec{u}_{goal}$ — вектор до цілі.

Ця метрика наближається до 1, якщо напрямок руху повністю збігається з напрямком до цілі, і зменшується при відхиленні від неї. Вона дає змогу оцінити, наскільки рух агентів є спрямованим і скоординованим. Значення, близьке до 1, указує на добре спрямований рух до цілі, тоді як нижчі значення можуть свідчити про відхилення через перешкоди або конфлікти з іншими агентами.

Утрати маси в цьому контексті означають зменшення густини агентів у допустимій ділянці внаслідок потрапляння частини з них у заборонені зони (де $\chi(x) \rightarrow \infty$) або через чисельну нестабільність. У моделі масових ігор «маса» інтерпретується як сумарна кількість агентів у вигляді безперервного розподілу густини $m(x, t)$.

Інтерпретація результатів

Отримані результати демонструють таке:

- здатність MFG до уникнення перешкод і перевантажених зон;
- зниження конфліктності (густина);
- збереження маси й стабільність обчислень;
- порівняно з rule-based модель є більш адаптивною, хоча потребує більше ресурсів.

Результати досліджень і їх обговорення

Дослідження розраховано на оцінювання ефективності моделей управління трафіком БПЛА, зокрема на порівняння моделі масових ігор і класичної rule-based моделі, що не враховує взаємодії між агентами. Обидві моделі реалізовані у вигляді симуляції на двовимірній сітці з наявністю цілі та перешкод [17]. Результати симуляцій узагальнено в таблиці 1, де наведено ключові метрики, що характеризують ефективність, безпечність і стабільність кожної моделі.

Обговорення результатів:

1. Середня відстань до цілі в моделі масових ігор (MFG) є меншою порівняно з rule-based моделлю, що свідчить про більш ефективне досягнення цільових точок завдяки динамічному вибору траєкторії з урахуванням щільності, перешкод і загальної вартості шляху.

2. Максимальна локальна густина в MFG значно менша, що демонструє мінімізацію ризику конфліктів між агентами. Це означає, що модель використовує розподілення дронів у просторі, тоді як rule-based підхід призводить до концентрації агентів біля вузьких проходів.

3. Маса в перешкодах виявилася практично нульовою в MFG-моделі, що підтверджує ефективне уникнення заборонених зон. Rule-based модель, у свою чергу, не вміє враховувати наявність перешкод, що призводить до неконтрольованого входу агентів у небезпечні ділянки. При цьому в MFG-моделі значення $\cos(\theta)$ може бути дещо меншим, оскільки траєкторії адаптивно змінюються для обходу перешкод та уникнення перевантажень.

4. Показник узгодженості напрямку руху ($\cos(\theta)$), пояснений у розділі «Метрики оцінювання ефективності траєкторій» у rule-based моделі є дещо вищим, оскільки кожен агент рухається безпосередньо в напрямку до цілі незалежно від оточення. Однак це не гарантує безпечності або ефективності,

адже не враховує навантаження чи перешкоди. MFG показує гнучке керування з динамічним об'єктом оптимального напрямку з урахуванням середовища.

5. Утрати маси в rule-based моделі свідчать про те, що частина агентів «губиться» через входження в заборонені ділянки або чисельні нестабільності [19]. У MFG модель зберігає масу практично повністю, що підтверджує стійкість чисельної реалізації.

Час виконання симуляції для MFG вищий через розв'язання рівнянь Гамільтона-Якобі-Беллмана у зворотному часі й рівняння Фоккера-Планка в прямому часі. Це обґрунтовано підвищеною точністю, однак потребує подальшої оптимізації для використання в реальному часі.

Висновок

З результатів моделювання можна зробити висновок, що модель масових ігор є ефективним і перспективним підходом до управління БПЛА, особливо в умовах обмеженого простору з наявними перешкодами.

Основні висновки дослідження:

1. Однією з переваг моделі є її здатність адаптивно змінювати траєкторії агентів залежно від змін густини й перешкод, що сприяє зниженню конфліктів і підвищенню безпеки руху.
2. Переваги в безпеці польотів. На відміну від rule-based моделі, MFG дає змогу ефективно уникати зон з високою вартістю (наприклад, заборонених зон або небезпечних ділянок), забезпечуючи нульову масу в перешкодах.
3. Точність, але вища обчислювальна складність. Час симуляції вищий у MFG, проте це компенсується точнішим і стабільним керуванням, що важливо при збільшенні сценаріїв.

Ключові результати та їхнє значення:

1. Адаптивне керування трафіком у реальному часі. У результаті створення симуляційної моделі підтверджено, що алгоритм на основі MFG здатний оперативним формувати напрямки руху агентів залежно від поточної густини й перешкод у середовищі. Це дає змогу уникнути перевантаження маршруту й забезпечити безпечну маршрутизацію без потреби в людському втручанні.
2. Покращене уникнення конфліктів і перевантажень. Завдяки врахуванню колективної густини у функції вартості, MFG модель забезпечує розосередження агентів, що суттєво знижує максимальну локальну густину та, як наслідок, ризики зіткнень у зоні з високим трафіком.
3. Ефективне обходження заборонених зон. На відміну від rule-based моделі, яка не враховує обмеження, MFG забезпечує повну відмову від входження в зони з високою вартістю (перешкоди), що дає змогу використовувати її в критичних середовищах (наприклад, у зонах обмеженого доступу або поблизу інфраструктури).
4. Оптимізація часу й маршрутів з урахуванням взаємодії. Алгоритм на базі MFG мінімізує середню відстань до цілі та дає агентам змогу приймати рішення не ізольовано, а на основі загального стану простору, забезпечуючи кооперативне планування з дотриманням принципів мінімізації витрат.
5. Наукова новизна й перспективність підходу. Уперше у вітчизняних дослідженнях реалізовано порівняльну чисельну модель з використанням рівнянь Гамільтона-Якобі-Беллмана (HJB) та Фоккера-Планка (FP) у контексті моделювання БПЛА. Це створює основу для розширення моделі до 3D, мультигрупового й енергетично-обмеженого моделювання.

Обмеження моделі

Попри високі результати, запропонована модель має низку обмежень. По-перше, симуляція виконується у 2D-просторі без урахування висоти, що спрощує реальні аеродинамічні умови для БПЛА. По-друге, модель не враховує фізичних обмежень апаратів (максимальна швидкість, інерція, енергоспоживання), а також не моделює канали зв'язку чи дії в умовах утрат сенсорної інформації. Але для стратегічного рівня аналізу динаміки така спрощена модель дає змогу виявити ключові закономірності й оцінити потенціал децентралізованого керування. У подальших дослідженнях передбачається розширення до 3D-моделі з урахуванням реальних обмежень польоту, енергетичних ресурсів і комунікаційних факторів, що дасть змогу значно підвищити прикладну цінність розробки.

Перспективи застосування: результати дослідження демонструють, що модель масових ігор є перспективною для практичного застосування в задачах керування трафіком дронів, в умовах міського середовища з високою щільністю й складністю навколишнього простору.

Запропонована модель має перспективи:

1. Керування повітряними коридорами в містах. MFG може забезпечити гнучку маршрутизацію в реальному часі, уникаючи ділянок перевантаження й перешкод, що робить її придатною для автоматизованих систем UTM (UAV Traffic Management).
2. Інтеграція в розумну інфраструктуру міст. Модель може бути застосована в цифрових двійниках повітряного простору для симуляцій, передбачення навантаження й прийняття рішень щодо динамічного закриття або відкриття повітряних коридорів.
3. Основа для автономних колективних місій. Завдяки можливості колективного планування без централізованого управління, модель може бути використана для координації груп дронів, що виконують спільні завдання (пошук, доставка, моніторинг тощо).
4. Розширення на 3D-сценарії й енергетичні обмеження. У наступних дослідженнях модель мож-

на адаптувати до тривимірного простору, де додатково враховуватимуться енергоспоживання, вітрові умови та багаторівневе планування.

5. Інтеграція зі штучним інтелектом. Поєднання MFG з методами глибокого навчання або посиленого навчання (Reinforcement Learning) може забезпечити розумні динамічні стратегії для автономного керування великими мережами БПЛА.

Література

1. Wang G., Yao W., Zhang X., Li Z. A mean-field game control for large-scale swarm formation flight in dense environments. *Sensors*. 2022. Vol. 22, № 14. P. 5437. DOI: <https://doi.org/10.3390/s22145437>.
2. Chen D., Qi Q., Zhuang Z., Wang J. Mean field deep reinforcement learning for fair and efficient UAV control. *IEEE Internet of Things Journal*. 2020. Vol. 7, № 9. P. 8472–8485. DOI: <https://doi.org/10.1109/JIOT.2020.3008299>.
3. Chow J. Y. J. Dynamic UAV-based traffic monitoring under uncertainty as a stochastic arc-inventory routing policy. *International Journal of Transportation Science and Technology*. 2016. Vol. 5, № 3. P. 167–185. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijtst.2016.11.002>.
4. Altaher M., Elmougy S. A new mean-field game approach for closed-loop strategic swarm maneuvering. *Proceedings of the International Telecommunications Conference (ITC-Egypt)*. 2023. P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/ITC-Egypt58155.2023.10206155>.
5. Schulmeyer N. P., Fala N. An agent-based modelling framework for assessing the impact of UAV on the air traffic system. *AIAA SciTech 2024 Forum*. 2024. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2024-3889>.
6. Izadi Moud H., Shojaei A., Flood I., Zhang X. Monte Carlo based risk analysis of unmanned aerial vehicle flights over construction job sites. *Proceedings of the 15th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*. 2018. P. 451–458. DOI: <https://doi.org/10.5220/0006868804510458>.
7. Wang C.-H. J., Deng C., Low K. H. Parametric study of structured UTM separation recommendations with physics-based Monte Carlo distribution for collision risk model. *Drones*. 2023. Vol. 7, № 6. P. 345–358. DOI: <https://doi.org/10.3390/drones7060345>.
8. Tantardini M., Ieva F., Tajoli L., Piccardi C. Comparing methods for comparing networks. *Scientific Reports*. 2019. Vol. 9. P. 17557. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-019-53708-y>.
9. Lin A. T., Fung S. W., Li W., Osher S. J. Alternating the population and control neural networks to solve high-dimensional stochastic mean-field games. *Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS)*. 2021. Vol. 118, № 31. e2024713118. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.2024713118>.
10. De Paola A., Trovato V., Angeli D., Strbac G. A Mean Field Game Approach for Distributed Control of Thermostatic Loads Acting in Simultaneous Energy-Frequency Response Markets. *IEEE Transactions on Smart Grid*. 2019. Vol. 10, № 6. P. 5987–5999. DOI: <https://doi.org/10.1109/TSG.2019.2895247>.
11. Zhang J., Xu W., Gao H., Pan M., Han Z., Zhang P. Codebook-Based Beam Tracking for Conformal Array-Enabled UAV mmWave Networks. *IEEE Internet of Things Journal*. 2021. Vol. 8, № 1. P. 244–261. DOI: <https://doi.org/10.1109/JIOT.2020.3005394>.
12. Gao H., Lin A. T., Banez R. A., та ін. Belief and Opinion Evolution in Social Networks: A High-Dimensional Mean Field Game Approach. *Proceedings of ICC 2021 – IEEE International Conference on Communications*. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICC42927.2021.9500884>.
13. Lasry J.-M., Lions P.-L. Mean field games. *Japanese Journal of Mathematics*. 2007. Vol. 2. P. 229–260. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11537-007-0657-8>.
14. Lin A. T., Fung S. W., Li W., Osher S. APAC-Net: Alternating the Population and Agent Control via Two Neural Networks to Solve High-Dimensional Stochastic Mean Field Games. February 2020. DOI: <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.22346.52165>.
15. Han Z., Niyato D., Saad W., Başar T., Hjørungnes A. Game Theory in Wireless and Communication Networks: Theory, Models, and Applications. Cambridge : Cambridge University Press, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511895043>.
16. Achdou Y., Laurière M. Mean Field Games and Applications: Numerical Aspects. *Mean Field Games. Lecture Notes in Mathematics*. Springer, Cham, 2020. Vol. 2281. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-59837-2_4.
17. Caines P. E. Mean Field Games. *Encyclopedia of Systems and Control*. Springer, Cham, 2021. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-44184-5_30.
18. Park S., Kim H. T., Lee S., Joo H., Kim H. Survey on Anti-Drone Systems: Components, Designs, and Challenges. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. P. 42635–42659. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3065926>.
19. Kim H., Park J., Bennis M., Kim S.-L. Massive UAV-to-Ground Communication and its Stable Movement Control: A Mean-Field Approach. *2018 IEEE 19th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*. 2018. DOI: <https://doi.org/10.1109/SPAWC.2018.8445906>.

References

1. Wang, G., Yao, W., Zhang, X., & Li, Z. (2022). A mean-field game control for large-scale swarm formation flight in dense environments. *Sensors*, 22(14), 5437. <https://doi.org/10.3390/s22145437>.
2. Chen, D., Qi, Q., Zhuang, Z., & Wang, J. (2020). Mean field deep reinforcement learning for fair and efficient UAV control. *IEEE Internet of Things Journal*, 7(9), 8472–8485. <https://doi.org/10.1109/JIOT.2020.3008299>.
3. Chow, J. Y. J. (2016). Dynamic UAV-based traffic monitoring under uncertainty as a stochastic arc-inventory routing policy. *International Journal of Transportation Science and Technology*, 5(3), 167–185. <https://doi.org/10.1016/j.ijtst.2016.11.002>.
4. Altaher, M., & Elmougy, S. (2023). A new mean-field game approach for closed-loop strategic swarm maneuvering. In *Proceedings of the International Telecommunications Conference (ITC-Egypt)* (pp. 1–6). <https://doi.org/10.1109/ITC-Egypt58155.2023.10206155>.
5. Schulmeyer, N. P., & Fala, N. (2024). An agent-based modelling framework for assessing the impact of UAV on the air traffic system. In *AIAA Scitech 2024 Forum*. <https://doi.org/10.2514/6.2024-3889>.

6. Izadi Moud, H., Shojaei, A., Flood, I., & Zhang, X. (2018). Monte Carlo based risk analysis of unmanned aerial vehicle flights over construction job sites. In *Proceedings of the 15th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)* (pp. 451–458). <https://doi.org/10.5220/0006868804510458>.
7. Wang, C.-H. J., Deng, C., & Low, K. H. (2023). Parametric study of structured UTM separation recommendations with physics-based Monte Carlo distribution for collision risk model. *Drones*, 7(6), 345–358. <https://doi.org/10.3390/drones7060345>.
8. Tantardini, M., Ieva, F., Tajoli, L., & Piccardi, C. (2019). Comparing methods for comparing networks. *Scientific Reports*, 9, 17557. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-53708-y>.
9. Lin, A. T., Fung, S. W., Li, W., & Osher, S. J. (2021). Alternating the population and control neural networks to solve high-dimensional stochastic mean-field games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 118(31), e2024713118. <https://doi.org/10.1073/pnas.2024713118>.
10. De Paola, A., Trovato, V., Angeli, D., & Strbac, G. (2019). A Mean Field Game Approach for Distributed Control of Thermostatic Loads Acting in Simultaneous Energy-Frequency Response Markets. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 10(6), 5987–5999. <https://doi.org/10.1109/TSG.2019.2895247>.
11. Zhang, J., Xu, W., Gao, H., Pan, M., Han, Z., & Zhang, P. (2021). Codebook-Based Beam Tracking for Conformal Array-Enabled UAV mmWave Networks. *IEEE Internet of Things Journal*, 8(1), 244–261. <https://doi.org/10.1109/JIOT.2020.3005394>.
12. Gao, H., Lin, A. T., Banez, R. A., et al. (2021). Belief and Opinion Evolution in Social Networks: A High-Dimensional Mean Field Game Approach. *Proceedings of ICC 2021 – IEEE International Conference on Communications*. <https://doi.org/10.1109/ICC42927.2021.9500884>.
13. Lasry, J. M., & Lions, P. L. (2007). Mean field games. *Japanese Journal of Mathematics*, 2, 229–260. <https://doi.org/10.1007/s11537-007-0657-8>.
14. Lin, A. T., Fung, S. W., Li, W., & Osher, S. (2020). APAC-Net: Alternating the Population and Agent Control via Two Neural Networks to Solve High-Dimensional Stochastic Mean Field Games. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.22346.52165>.
15. Han, Z., Niyato, D., Saad, W., Başar, T., & Hjørungnes, A. (2011). *Game Theory in Wireless and Communication Networks: Theory, Models, and Applications*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511895043>.
16. Achdou, Y., & Laureière, M. (2020). Mean Field Games and Applications: Numerical Aspects. In P. Cardaliaguet & A. Porretta (Eds.), *Mean Field Games (Lecture Notes in Mathematics, Vol. 2281)*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-59837-2_4.
17. Caines, P. E. (2021). Mean Field Games. In J. Baillieul & T. Samad (Eds.), *Encyclopedia of Systems and Control*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-44184-5_30.
18. Park, S., Kim, H. T., Lee, S., Joo, H., & Kim, H. (2021). Survey on Anti-Drone Systems: Components, Designs, and Challenges. *IEEE Access*, 9, 42635–42659. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3065926>.
19. Kim, H., Park, J., Bennis, M., & Kim, S.-L. (2018). Massive UAV-to-Ground Communication and its Stable Movement Control: A Mean-Field Approach. In *2018 IEEE 19th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/SPAWC.2018.8445906>.

Дата першого надходження рукопису до видання: 09.05.2025
 Дата прийнятого до друку рукопису після рецензування: 16.06.2025
 Дата публікації: 25.07.2025