

## ОСОБЛИВОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ

DOI 10.36994 / 2788-5518-2022-01-03-12

Пелішок В.О., д.т.н., проф. Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна. [vpelishok@gmail.com](mailto:vpelishok@gmail.com)

**Анотація:** Основними вимогами до телекомунікаційних систем є її якісні характеристики : швидкість передачі інформації , пропускна здатність, ймовірність бітової помилки. Важливо, що вказані характеристики знаходяться у взаємній залежності і при дослідженні системи необхідно визначити оптимальні співвідношення між ними. Вирішенню вказаних проблем присвячена дана стаття.

Актуальним є питання оптимізації ТКС шляхом вибору певних компромісів, тобто розробка алгоритму синтезу. Процес вирішення даних питань досить трудомісткий і для цього особливо ефективно використання середовища MATLAB.

В роботі використані запропоновані методи аналізу та синтезу системи , які дозволили одержати оптимальні характеристики системи. Підкреслена доцільність використання передачі біполярного сигналу, коли зменшується ймовірність помилки приймання сигналу. Однак при цьому збільшується необхідна потужність передавача.

Отримане значення мінімальної та достатньої смуги пропускання каналу для забезпечення максимальної швидкості передачі сигналу. Показані переваги використання багатопозиційного сигналу, який забезпечує або зменшення смуги пропускання каналу , або підвищення пропускної здатності системи при даній незмінній смузі пропускання каналу. При цьому особливо ефективним є використання амплітудно-маніпульованого багаторівневого сигналу.

Для дослідження частотної ефективності системи використана формула Шенона, що надало можливість запропонувати метод суміщених графіків для синтезу системи.

**Ключові слова:** телекомунікаційна система, біт, символ, пропускна здатність, бітова помилка, біполярний сигнал, відношення сигнал/шум, формула Найквіста, формула Шенона, синтез, суміщені графіки.

## PECULIARITIES OF DETERMINING AND PROVIDING BATCH CAPACITY OF TELECOMMUNICATION SYSTEMS

Vladimir Pelishok, Dr.habil., Prof. National University «of Lviv Polytechnic», Lviv, Ukraine. [vpelishok@gmail.com](mailto:vpelishok@gmail.com)

**Abstract.:** The main requirements for telecommunication systems are its qualitative characteristics: information transfer rate, bandwidth, bit error probability. It is important that these characteristics are interdependent and when studying the system it is necessary to determine the optimal relationship between them. This article is devoted to solving these problems. The issue of TCS optimization by choosing certain trade-offs, ie the development of a synthesis algorithm, is relevant. The process of resolving these issues is quite time consuming and is especially effective using the MATLAB environment. The proposed methods of analysis and synthesis of the system are used in the work, which allowed to obtain the optimal characteristics of the system. The expediency of using bipolar signal transmission is emphasized when the probability of signal reception error is reduced. However, this increases the required transmitter power. The obtained value of the minimum and sufficient bandwidth of the channel to ensure the maximum signal rate. The advantages of using a multi-position signal, which provides either a reduction in the bandwidth of the channel, or increase the bandwidth of the system at a given constant bandwidth of the channel. The use of amplitude-manipulated multilevel signal is especially effective. Shannon's formula was used to study the frequency efficiency of the system, which made it possible to propose a method of combined graphs for system synthesis.

**Key words:** telecommunication system, bit, symbol, bandwidth, bit error, bipolar signal, signal-to-noise ratio, Nyquist formula, Shannon formula, synthesis, combined graphs.

### Вступ

Телекомунікаційні системи (ТКС) широко використовуються для передачі інформації в

науці, техніці, сучасних системах зв'язку та автоматичного керування. Основне призначення ТКС – передача інформації від джерела до приймача. При аналізі та синтезі особливе значення мають дослідження основних характеристик системи - швидкість передачі сигналу, пропускна здатність системи, ймовірність бітової помилки приймання сигналу, необхідна потужність передавача. Важливо, що вказані характеристики знаходяться у взаємній залежності і при дослідженні системи необхідно визначити оптимальні співвідношення між ними. Вирішенню вказаних проблем присвячена дана стаття.

### Передумови до виконання досліджень

В процесі передачі інформація зазнає ряд необхідних складних перетворень.

Основні характеристики передаваного або прийнятого сигналу:

- швидкість передачі  $R$  (біт/с);
- ймовірність виникнення бітових помилок  $P_b$  (BER, Bit Error Rate), тобто прийняття «1» замість переданого «0» і навпаки;
- максимальна швидкість передачі сигналу  $R_{max}$ , тобто пропускна здатність системи  $C$ .

Для забезпечення вказаних характеристик використовується ряд методів дослідження з визначенням пропускної здатності системи, смуги пропускання каналу, відношення сисгна/шум та інш..

Також актуальним є питання оптимізації ТКС шляхом вибору певних компромісів, тобто розробка алгоритму синтезу. Процес вирішення даних питань досить трудомісткий і для цього особливо ефективно використання середовища MATLAB.

Цифрова ТКС повинна забезпечити передачу даних з мінімальним значенням BER від передавача до приймача.

Цифрові дані в початковому вигляді «1» «-1» не придатні для передачі в мережі ТКС, їх потрібно попередньо перетворити в електричний сигнал.

Найбільш поширені варіанти електричного сигналу: біполярний сигнал NRZ-L (без повернення до нуля) та уніполярний RZ - (з поверненням до нуля) показані на рис.1 (як приклад, прийнято  $t_b=1$  мксек)[1].

Варто зауважити, що реально може використовуватись значно більша кількість варіантів перетворення цифрових даних [1]. При цьому вибором компромісів можна покращити також інші показники: автосинхронізацію, виявлення помилок, зменшення смуги пропускання каналу та інші.

Для визначення BER використовується гаусів інтеграл помилок [1]:

$$Q(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty \exp(-\frac{u^2}{2}) du \quad (1)$$

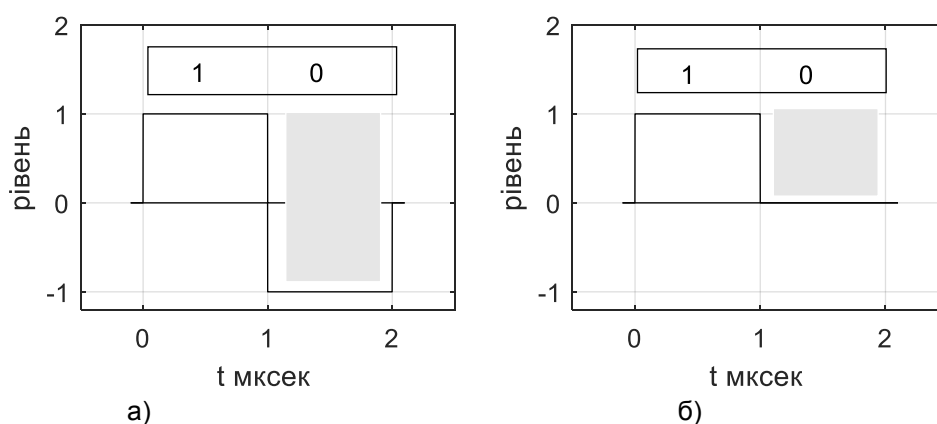


Рис. 1. Електричний сигнал: а) біполярний; б) уніполярний

Варто зауважити, що визначення BER досить трудомістке. Раніше для цього використовувались громіздкі таблиці, приведені в [1]. На сучасному етапі більш доцільне використання спеціальних функцій (наприклад,  $\text{erfc}$ ) середовища MATLAB.

З використанням рівняння (1) отримано значення  $P_b$  [1]:

$$P_b = Q[(aE_b/N_0)^{1/2}] \quad (2)$$

де:  $a=2$  ( $a=1$ ) для біполярного (уніполярного) сигналу;

$E_b$ - енергія біта;  $N_0$  – спектральна густина потужності шуму.

На рис.2 наведено графічне представлення залежностей (2). Очевидно, що особливістю уніполярної (біполярної) передачі сигналів є відсутність (наявність) передавання імпульсів при значенні 0 біта вхідної інформації.

При уніполярній передачі сигналу слід очікувати зменшення (що є бажаним) необхідної потужності передавача в 2 рази (3дБ).

При прийнятті рішення в приймачі про значення переданих бітів при біполярній (уніполярній) передачі сигналу використовується два (один) імпульс. Таким чином, при уніполярній передачі сигналу слід очікувати погіршення значення  $P_b$  (що є небажаним).

Як видно з рис.2, наприклад, при передачі біполярного сигналу для одержання  $P_b \approx 10^{-6}$  необхідне значення  $E_b/N_0 = 10.5$  дБ.

Отже, необхідно вибирати компроміс, що важливіше: зменшення потужності передавача, чи зменшення  $P_b$ . Далі при дослідженнях використовується біполярна передача сигналу. Потрібне значення  $P_b$  необхідно прийняти, як відправну точку для подальшого синтезу ТКС. Адже нікому не потрібна ТКС, яка забезпечує гірше значення  $P_b$ .

### Ширина смуги частот каналу

Смуга частот каналу завжди була і буде дефіцитною. Тому представляє інтерес її мінімальне значення, необхідне для передачі заданого цифрового сигналу з необхідними показниками. На рис.3 наведена форма електричного сигналу при біполярній передачі даних при  $t_b = 1$  мксек.

Враховуючи те, що тривалість біта  $t = 1$  мксек, за 1 сек буде передано  $1/t = 1/10^{-6} = 10^6$  біт. Таким чином, справедлива наступна залежність між максимальною швидкістю передачі сигналу  $R_{\max}$  (кількість біт переданих за 1 сек.) та тривалістю біта:

$$R_{\max} = 1/t \quad (3)$$

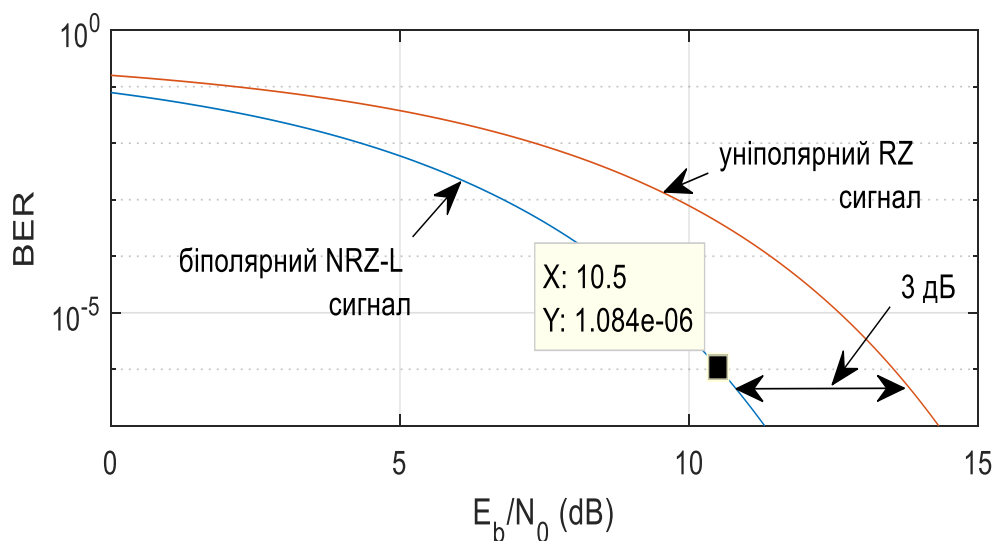


Рис.2. Залежність BER від відношення  $E_b/N_0$

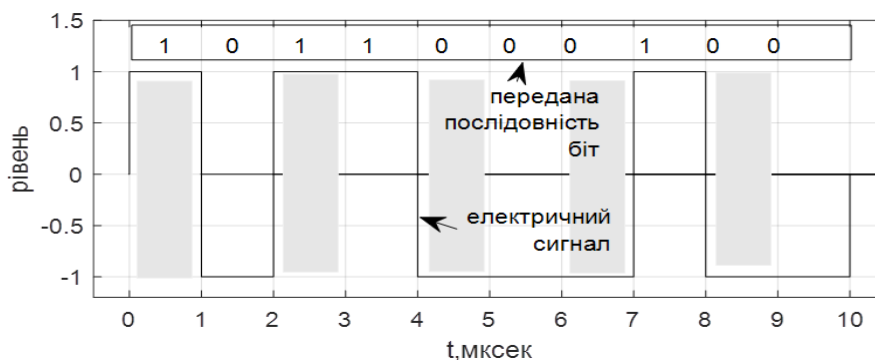


Рис.3. Форма переданого біполярного електричного сигналу

Наприклад, при  $\tau=1\text{мксек}$  згідно (3)  $R_{\max}=10^6$  біт/с.

Виникає питання, яка смуга частот необхідна в системі для забезпечення заданої швидкості передачі сигналу  $R_{\max}$ ? Очевидно, в приймачі бажано отримати сигнал, ідентичний переданому (рис.4). Тоді з більшою достовірністю можна прийняти правильне рішення про значення переданих біт та забезпечити менше значення  $R_b$ . Для зручності подальшого аналізу введено поняття основної частоти  $f$ , період якої  $T$  в 2 рази більший тривалості імпульсу  $T=2\tau$ :

$$f=1/2\tau \quad (4)$$

В [2] показано, що прямокутний імпульс тривалістю  $\tau$  амплітудою  $A$  можна представити у виді нескінченної суми гармонічних складових (з частотами кратними основній частоті  $f$ ):

$$s(t) = A \times \frac{4}{\pi} \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin(2\pi k f t)}{k} \quad (5)$$

Отже, для неспотвореної передачі прямокутного імпульса необхідна безмежна смуга частот, що фізично неможливо реалізувати. Видно (5), що найбільшу амплітуду містить складова з основною (найменшою) частотою  $f$ , а далі з ростом частоти амплітуда різко зменшується.

В даному випадку компроміс полягає в тому, що нехтують складовими з більш високими частотами згідно (5). Якщо лишити лише основну частоту  $f$  замість переданого сигналу отримаємо, звичайно, дещо спотворений сигнал (рис.4).

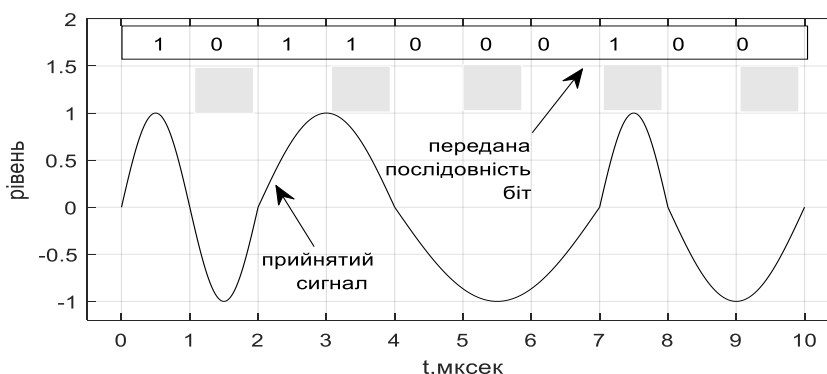


Рис.4. Форма прийнятого біполярного сигналу при використанні в його спектрі лише основної частоти  $f$

Але на основі прийнятого сигналу (рис.4) можна з достатньою достовірністю прийняти рішення про значення переданого біта (0 чи 1).

Видно (рис.4), що прийнятий сигнал містить відрізки гармонічного сигналу різної частоти. Найменший період даного гармонічного сигналу становить  $T=2\tau=2 \cdot 10^{-6}$  сек., тобто його найбільша частота  $f=1/T=1/2\tau=0.5 \cdot 10^6$  Гц. Для передачі такого гармонічного сигналу достатня смуга частот рівна основній частоті:

$$B_n = f = 1/2\tau \quad (6)$$

тобто при  $\tau=1\text{мксек}$   $B_n=0.5 \cdot 10^6$  Гц.

Таким чином, отримано значення (6) для мінімальної (але достатньої) смуги частот  $B_n$  для передачі цифрового інформаційного сигналу.

На основі залежностей (3) та (6) можна визначити максимальну швидкість передачі сигналу  $R_{\max}$  цифрових ТКС в смузі частот 1 Гц (при заданій смузі частот  $B_n$ ):

$$R_{\max} / B = 2 \quad \text{або} \quad C = R_{\max} = 2B_n \quad (7)$$

Тобто  $R_{\max}$  (або пропускна здатність системи  $C$ ) залежать від наявної смуги частот та в два рази більші за неї.

Але актуальним залишається питання покращення залежності  $C > 2B_n$  (7), тобто забезпечення максимуму  $C$  при заданій  $B_n$  або забезпечення заданого значення  $C$  при мінімумі  $B_n$ .

## М-рівнева передача даних

Вище розглядалась лише 2-рівнева передача. При цьому кожен символ містить лише  $k=1$  біт (0 або 1). В результаті можливі лише два рівні ( $M=2$ ) імпульсів. Але можна в один символ «помістити»  $k>1$  біт. На рис. 5 наведено варіант, коли один символ містить  $k=2$  біти.

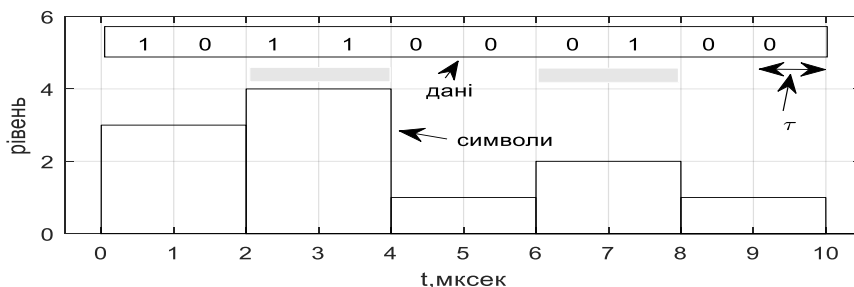


Рис.5. Символи M-рівневої передачі при  $k=2$

При цьому можливі  $M=4$  варіанти розміщення біт в символі (00, 01, 10, 11). Кожному варіанту присвоєно різний рівень символу. Інакше на приймальному кінці неможливо отримати інформацію, який з варіантів біт (00, 01, 10, 11) міститься в символі. В загальному випадку наявна очевидна залежність:

$$M=2^k \quad \text{або} \quad k=\log_2 M, \quad (8)$$

де:  $k$ - кількість біт в символі;  $M$ - кількість рівнів символів.

Очевидно (рис.5) , що за час  $2t$  передається 2 біти. Отже, максимальна швидкість передачі сигналу  $R_{\max} = 2/2t = 1/t$ , що повністю співпадає з (3), коли в одному символі передається один біт. Так в чому перевага, на перший погляд неочевидна,  $M$ -рівневої передачі сигналу ?

Справа в тому, що при  $M$ -рівневій передачі сигналу тривалість символу  $t_s$  збільшується (деколи суттєво) порівняно з тривалістю біта  $t_b$  та становить:

$$t_s = k \cdot t_b = t_b \cdot \log_2 M. \quad (9)$$

Але, як вказувалось вище (3), збільшення тривалості імпульсу до зменшення швидкості передачі сигналу  $R_{\max}$ , тобто дозволяє зменшити необхідну смугу частот  $B_n$  (7). В цьому полягає один з аспектів переваги  $M$ -рівневої передачі даних.

Можлива також інша ситуація: в нас вже наявна певна смуга частот  $B_n$ , яку принципово не вигідно зменшувати. В результаті наявний «надлишок» смуги частот, який доцільно використати з метою покращення показників ТКС. В даному випадку можна зменшити тривалість вхідних бітів  $t_b$  в  $k$  разів, тобто  $t_{b1} = t_b/k$ . Далі коротші біти  $t_{b1}$  будуть замінені довгими символами  $t_{s1}$ , для яких справедлива залежність:

$$t_{s1} = k t_{b1} = k t_b / k = t_b. \quad (10)$$

Отже система не відчула такої зміни (заміни  $k$  коротших бітів на один довший символ) та здатна передавати дані з тривалістю одного символу  $t_b$ , який використовувався при бінарній передачі. Але при  $M$ -арній передачі такий символ містить  $k$  біт (8). Тобто в даному випадку швидкість передачі також збільшується в  $k$  разів, що необхідно врахувати в залежності (8) наступним чином:

$$C = R_{\max} = 2B_n \cdot k = 2B_n \log_2 M. \quad (11)$$

Видно, що використання  $M$ -арної передачі, не вимагаючи зміни необхідної смуги частот  $B_n$  (що дуже важливо), дозволяє суттєво збільшити швидкість передачі сигналу.

Залежність (11) відома як одна з фундаментальних залежностей (формула Найквіста) для пропускної здатності ТКС. Варто зауважити, що вона фактично доведена вище в процесі проведеного аналізу.

Таким чином, при використанні  $M$ -рівневої передачі даних можна використовувати меншу смугу частот для забезпечення  $R_{\max}$  (або при наявній смузі частот забезпечити більше значення  $R_{\max}$  за рахунок зменшення тривалості біта  $t_b$  вхідних даних). Але при цьому зростає значення BER в приймачі, якому необхідно серед наявності більшої кількості імпульсів та

наявності шуму вибрати правильне рішення. Варто зауважити, що зменшити значення BER можна шляхом збільшення енергії біта  $E_b$ , тобто потужності передавача.

Отже, в даному випадку компроміс полягає у виборі більш важливого показника: смуги частот чи потужності передавача. Очевидно, що використання M-позиційного сигналу дозволяє зменшити смугу частот каналу або збільшити пропускну здатність системи при даній смузі пропускання каналу.

При використанні бінарного сигналу ( $M=2$ ) швидкість передачі сигналу можна підвищити шляхом зменшення тривалості символів(імпульсів), що відповідно призведе до збільшення необхідної смуги пропускання каналу.

### Пропускна здатність та ефективність ТКС

Найбільш вагомими ресурсами для побудови ТКС: смуга частот каналу та потужність передавача. Саме вони, в першу чергу, визначають основні показники ТКС: пропускну здатність системи  $C$  та ймовірність бітової помилки  $P_b$ . Пропускна здатність системи в смузі частот 1 Гц визначає частотну ефективність (продуктивність) системи, тобто ефективність використання смуги частот каналу:

$$D=C/B_n \quad (12)$$

Для визначення пропускну здатності системи використовують дві фундаментальні залежності: формули Найквіста та Шенона. Формула Найквіста (11) вже розглядалась вище.

Формула Шенона визначає вплив на пропускну здатність системи смуги частот каналу та відношення потужностей сигнал/шум :

$$C=B_n \log_2(1+S/N) \quad (13)$$

де  $S$  –потужність сигналу;  $N$  –середня потужність шуму.

Але для цифрових систем більш інформаційним є відношення  $E_b/N_0$ , яке вже використовувалось раніше (рис.2 ). В результаті на основі (13 ) отримано

$$2^{C/B_n} = 1 + E_b/N_0 \cdot (C/B_n) \quad (14)$$

або

$$E_b/N_0 = (2^{C/B_n} - 1) / (C/B_n) \quad (15)$$

На рис. 6 наведено графічне зображення залежності (15). Видно, що для збільшення ефективності системи  $D$  необхідно збільшувати відношення  $E_b/N_0$ , тобто потужність передавача. Наприклад, на рис.6 показано, що для забезпечення  $BER \approx 10^{-6}$  необхідне значення  $E_b/N_0 \geq 10.5$  дБ. Таким чином, формула Шенона дозволяє далі більш обґрунтовано продовжувати синтез ТКС. Вона показує (рис.6), що при цьому можна досягти ефективності  $D=6.13$  і про краще значення  $D$  не можна навіть мріяти не можливо. В цьому і полягає цінність формули Шенона, а недолік в тому – що не вказує як це забезпечити.

Формула Найквіста (11) якраз і заповнює вказану нішу. Для даного випадку отримаємо  $D = 6.13 = 2 \log_2 M$ , тобто  $M \approx 8$ .

Варто зауважити, що на практиці  $B_n$  необхідно збільшувати на 10-40% внаслідок обмежень реальних фільтрів. Такі обмеження спричиняють наявність шкідливої міжсимвольної інтерференції. Отже реально ефективність системи зменшується до значення  $D = (1.4-1.8) \log_2 M$

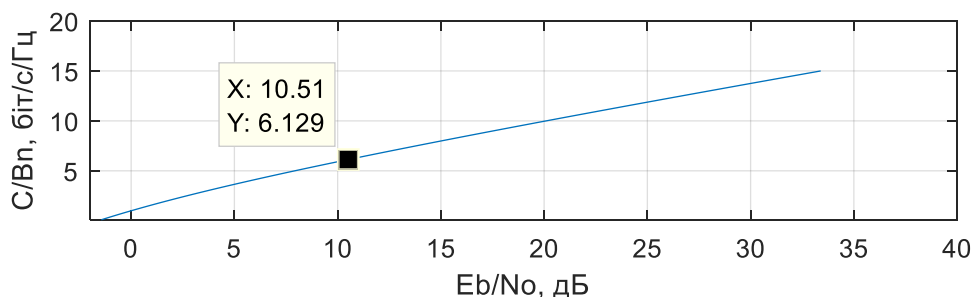


Рис.6. Залежність ефективності системи від відношення сигнал/шум

## Синтез оптимальної ТКС на основі запропонованих суміщених графіків

Проведений аналіз показав, що основними залежностями, які визначають показники ТКС, є наступні: (2) та (14). Саме вони, в першу чергу, використовуються при синтезі оптимальних, за певними критеріями, ТКС. Для цього здійснено ряд перетворень вказаних залежностей. Наприклад, формула Шенона перетворена з виду (14) до виду (15) з метою забезпечення наявності однакових змінних ( $E_b/N_0$ ) в даній формулі та залежності (2). Підготовлені перетворення дозволили сформувати суміщені графіки (рис.7), які демонструють характер зміни двох залежностей від спільного аргумента. Такі графіки запропоновані вперше для аналізу та синтезу ТКС.

Основною вимогою при синтезі ТКС прийнято забезпечення необхідного значення BER. В результаті розроблено алгоритм синтезу, який містить 4 основних етапи.

1. На 1-му етапі (рис.9,а) визначається, що для забезпечення необхідного значення BER ( $BER=10^{-5}$ ) необхідне значення  $E_b/N_0 = X \approx 9.6$  дБ.
2. На 2-му етапі (рис.9,а) визначено, що при значенні  $E_b/N_0 = X \approx 9.6$  дБ можна отримати максимальне значення  $C/B_n = Y \approx 5.73$ .
3. На 3-му етапі (рис.9,б) отримана точка переноситься на залежність для  $E_b/N_0$ .

На 4-му кінцевому етапі (рис.9,б) отримано, що необхідне значення  $C/B_n = Y \approx 5.73$  можна забезпечити при виконанні умови  $M \geq 7.25$ .

Вибирається найближче можливе значення (9), тобто  $M=8$ .

Отже, синтезована ТКС, яка для заданого значення  $BER \approx 10^{-5}$  вимагає відношення  $E_b/N_0 \approx 9.6$  дБ. При цьому можна забезпечити ефективність системи  $D=C/B_n \approx 5.73$ , якщо використати  $M$ -рівневу ( $M=8$ ) передачу даних.

Якщо, наприклад, тривалість біта вхідних даних  $t=1$  мксек, то для цього необхідно (3) забезпечити  $C=R_{\max}=10^6$  біт/с, що вимагає (12) смуги частот  $B_n=C/5.73 \approx 174.5$  кГц.

З наведено прикладу видно, наскільки обґрунтовано здійснюється синтез оптимальних ТКС при використанні суміщених графіків. Звичайно, в деяких випадках, можуть бути накладені певні обмеження на деякі параметри, наприклад смугу частот  $B_n$ . Тоді запропонований алгоритм необхідно аналогічно модифікувати.

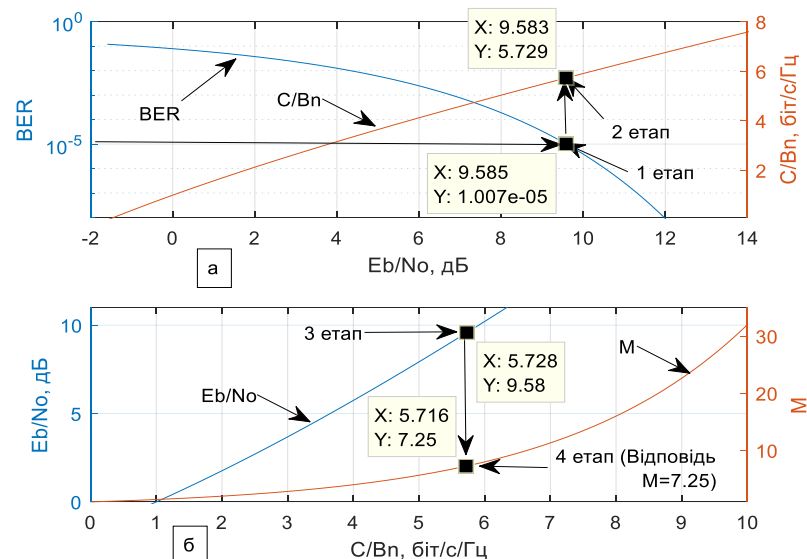


Рис.7. Суміщені графіки: а) залежність від відношення  $E_b/N_0$  значень BER та  $C/B_n$ ; б) залежність від відношення  $C/B_n$  значень  $E_b/N_0$  та  $M$

## Висновки

1. Одержані результати справедливі як для проводових так і безпроводових ТКС.
2. Для аналізу та синтезу ТКС доцільно використовувати графічні залежності у вигляді суміщених графіків, одержаних з використанням фрагментів програм системи МАТЛАБ.

## Література

1. Скляр Б. Цифровая связь: пер. з англ./ Б. Скляр. -М.,С-Пб., К.: Вильямс, 2004. - 1104 с.
2. Столлингс Вильям. Беспроводные линии связи и сети: пер.з англ./ Вильям Столлингс. . М.,С-Пб., К.: Вильямс,2003.- 640 с
3. Семенко А.І. Метод двукратного зменшення необхідної смуги пропускання каналу зв'язку з кодовим розподілом каналів/ А.І. Семенко, Н.І.Бокла . *Зв'язок*, 2011. №4(64). С.23-25.

### **References**

1. Sklyar B. Cifrovaya svyaz: per. z angl./ B. Sklyar. -M.,S-Pb., K.: Vilyams, 2004. - 1104 s.
2. Stollings Vilyam. Besprovodnye linii svyazi i seti: per.z angl./ Vilyam Stollings . M.,S-Pb., K.: Vilyams,2003. 640 S .
3. Semenکو A.I. Metod dvuhkratnogo zmeshennya neobhidnoyi smugi propuskannya kanalu zv'yazku z kodovim rozpodilom kanaliv/ A.I. Semenکو, N.I.Bokla . *Zv'yazok*. 2011. №4(64). S.23

